МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Рубцовский индустриальный институт (филиал) ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»

В.И. Бахмат

ФИЗИКА

Методическое пособие и контрольные задания для студентов-заочников строительных специальностей

Рубцовск 2013

ББК 530.1

Бахмат В.И. Физика: Методическое пособие и контрольные задания для студентов–заочников строительных специальностей / Рубцовский индустриальный институт. Рубцовск, 2013. – 80 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для оказания помощи студентам строительных специальностей заочной формы обучения в изучении курса физики.

Основной учебный материал программы курса в пособии распределён на четыре раздела. В каждом из них даны экзаменационные вопросы, основные формулы, примеры решения задач и контрольные задания. Кроме того, даны справочные таблицы, необходимые при выполнении контрольные заданий.

Рассмотрены и одобрены на заседании кафедры ВМФиХ Рубцовского индустриального института
Протокол № от .

Рецензент:

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ, МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

1.1. Экзаменационные вопросы

1. Механическое движение. Система отсчёта. Материальная точка. Абсолютно твёрдое тело.

2. Кинематика материальной точки. Скорость, ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения.

3. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение.

4. Законы Ньютона. Сила. Масса.

5. Силы в механике. Силы тяготения, упругости, трения.

6. Работа. Энергия. Мощность. Кинетическая и потенциальная энергия.

7. Законы сохранения в механике. Закон сохранения импульса.

8. Закон сохранения механической энергии.

9. Динамика вращательного движения. Момент инерции. Теорема Штейнера.

10. Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твёрдого тела.

11. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.

12. Работа и энергия при вращательном движении абсолютно твёрдого тела.

13. Термодинамические параметры. Равновесные состояния и процессы, их изображение на термодинамических диаграммах. Уравнение состояния идеального газа.

14. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов. Средняя кинетическая энергия молекул.

15. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул.

16. Число степеней свободы молекул. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Внутренняя энергия.

17. Первое начало термодинамики, его применение к изопроцессам.

18. Теплоёмкость. Зависимость теплоёмкости идеальных газов от вида изопроцесса.

19. Адиабатический процесс, его уравнения.

20. Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Тепловые двигатели и их КПД.

21. Цикл Карно, его КПД.

22. Второе начало термодинамики. Энтропия.

1.2. Основные формулы

Скорость мгновенная

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{ds}{dt}\tau,$$

где r – радиус-вектор материальной точки,
t – время,
s – расстояние вдоль траектории движения,
τ – единичный вектор, касательный к траектории.

Ускорение:

мгновенное

$$a = \frac{dv}{dt};$$

тангенциальное

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}\tau;$$

нормальное

$$a_n = \frac{v^2}{R}n;$$

полное

$$a = a_\tau + a_n, a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где R – радиус кривизны траектории,
n – единичный вектор главной нормали.

Скорость угловая

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

где φ - угловое перемещение.

Ускорение угловое

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь между линейными и угловыми величинами

$$s = \varphi R, v = \omega R,$$
$$a_\tau = \varepsilon R, a_n = \omega^2 R.$$

Импульс (количество движения) материальной точки

$$\mathrm{p} = m\mathrm{v},$$

где m - масса материальной точки.

Основное уравнение динамики материальной точки (второй закон Ньютона)

$$F = \frac{dp}{dt} = ma.$$

Закон сохранения импульса для изолированной системы

$$m_i v_i = const.$$

Радиус-вектор центра масс

$$r_c = \quad m_i r_i / \quad m_i.$$

Скорости частиц после столкновения:

упругого центрального

$$u_1 = -v_1 + 2\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$
$$u_2 = -v_2 + 2\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

неупругого

$$u_1 = u_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

где v_1 и v_2 – скорости частиц до столкновения,
m_1 и m_2 – массы частиц.

Сила сухого трения

$$F_{\text{тр}} = \mu F_n,$$

где μ - коэффициент трения;
F_n- сила нормального давления.

Сила упругости

$$F_{\text{уп}} = k\Delta l,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость);
Δl - деформация.

Сила гравитационного взаимодействия

$$F_{\text{гр}} = G\frac{m_1 m_1}{r^2},$$

где m_1 и m_2 – массы частиц;

G – гравитационная постоянная;
r – расстояние между частицами.

Работа силы

$$A = \int Fds.$$

Мощность

$$N = \frac{dA}{dt} = Fv.$$

Потенциальная энергия:

упругодеформированного тела

$$\Pi = \frac{k(\Delta l)^2}{2},$$

гравитационного взаимодействия двух частиц

$$\Pi = -G\frac{m_1 m_1}{r},$$

тела в однородном гравитационном поле

$$\Pi = mgh,$$

где g – напряженность гравитационного поля (ускорение свободного падения);
h – расстояние до нулевого уровня.

Напряженность гравитационного поля Земли

$$g = \frac{GM_З}{(R_З + h)^2},$$

где $M_з$ – масса Земли;
$R_з$ – радиус Земли;
h – расстояние от поверхности земли.

Потенциал гравитационного поля Земли

$$\varphi = -\frac{GM_З}{R_З + h}.$$

Кинетическая энергия материальной точки

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Закон сохранения механической энергии

$$E = \mathrm{T} + \Pi = const.$$

Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2,$$

где r – расстояние до оси вращения.

Моменты инерции тел массой m относительно оси, проходящей через центр масс:

тонкостенного цилиндра (кольца) радиуса R, если ось вращения совпадает с осью цилиндра

$$J_0 = mR^2;$$

сплошного цилиндра (диска) радиуса R, если ось вращения совпадает с осью цилиндра

$$J_0 = \frac{1}{2}mR^2;$$

шара радиуса R

$$J_0 = \frac{2}{5}mR^2;$$

тонкого стержня длиной l, если ось вращения перпендикулярна стержню

$$J_0 = \frac{1}{12}ml^2.$$

Момент инерции тела массой *m* относительно произвольной теории (теорема Штейнера)

$$J = J_0 + md^2,$$

где J_0 – момент инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс;
d – расстояние между осями.

Момент силы

$$M = r \times F,$$

где **r** – радиус-вектор точки приложения силы.

Момент импульса

$$L = J\omega.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения

$$M = \frac{dl}{dt} = J\varepsilon.$$

Закон сохранения момент импульса для изолированной системы

$$\sum J_i\omega_i = const.$$

Работа при вращательном движении

$$A = \quad Md\varphi.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2J}.$$

Релятивистское сокращение длины

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

где l_0 – скорость покоящегося тела;
c- скорость света в вакууме.
Релятивистское замедление времени

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где t_0 – собственное время.
Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где m_0 – масса покоя.
Энергия покоя частицы

$$E_0 = m_0c^2.$$

Полная энергия релятивистской частицы

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Релятивистский импульс

$$p = mv = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$T = E - E_0 =$$

$$= m_0c^2 \quad \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1$$

Релятивистсое соотношение между полной энергией и импульсом

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2.$$

Теорема сложения скоростей в релятивистской механике

$$u' = \frac{u \mp v}{1 \mp \frac{uv}{c^2}},$$

где u и u' – скорости в двух инерциальных системах координат, движущихся относительно друг друга со скоростью v, совпадающей по направлению с u (знак -) или противоположно ей направленный (знак +)
Количество вещества

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M},$$

где N – число молекул,
N_A – постоянная Авогадро,
m – масса вещества,
M – молярная масса.
Уравнение Клапейрона-Менделеева

$$pV = \nu RT,$$

где p – давление газа,
V – его объем,
R – молярная газовая постоянная,
T – термодинамическая температура.

Уравнение молекулярно-кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3}n < \varepsilon_{\text{пост}} >=$$

$$= \frac{1}{3} n m_0 < v_{\text{кв}} >^2,$$

где n – концентрация газов,
$< \varepsilon_{\text{пост}} >$ - средняя кинетическая энергия посутпательного движения молекулы,
m_0 – масса молекулы,
$< v_{\text{кв}} >$ - средняя квадратичная скорость.

Средняя энергия молекулы

$$< \varepsilon >= \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы,
k – постоянная Больцмана.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{i}{2} \nu kT.$$

Скорости молекул

средняя квадратичная

$$< v_{\text{кв}} >= \sqrt{3kT/m_0} = \sqrt{\frac{3RT}{M}};$$

средняя арифметическая

$$< v >= \sqrt{\frac{8kT}{(\pi m_0)}} = \sqrt{\frac{8RT}{(\pi M)}};$$

наиболее вероятная

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

Средняя длина свободного пробега молекулы

$$< \lambda >= (\sqrt{2}\pi d^2 n)^{-1}$$

где d – эффективный диаметр молекулы.

Среднее число столкновений молекулы в единицу времени

$$< z >= \sqrt{2}\pi d^2 n < v >.$$

Распределение молекул в потенциальном поле сил

$$n = n_0 exp\left(-\frac{\Pi}{kT}\right),$$

где Π – потенциальная энергия молекулы.

Барометрическая формула

$$p = p_0 exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right).$$

Уравнение диффузии

$$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dSdt,$$

где D – коэффициент диффузии,
ρ - плотность,
dS – элементарная площадка, перпендикулярная оси Ox.

Уравнение теплопроводности

$$dQ = -æ \frac{dT}{dx} dSdt,$$

где æ - теплопроводность.

Сила внутреннего трения

$$dF = -\eta \frac{dv}{dx} dS,$$

где η - динамическая вязкость.

Коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3} < v >< \lambda >.$$

Вязкость (динамическая)

$$\eta = \frac{1}{3} \rho < v >< \lambda >= D\rho.$$

Теплопроводность

$$æ = \frac{1}{3} c_v \rho < v >< \lambda >= \eta c_v,$$

где c_v - удельная изохорная теплоемкость.

Молярная теплоемкость идеального газа

изохорная

$$C_v = \frac{i}{2} R;$$

изобарная

$$C_p = \frac{(i+2)}{2} R.$$

Первое начало термодинамики

$$dQ = dU + dA,$$

$$dU = \nu C_v dT,$$
$$dA = pdV.$$

Работа расширения газа при процессе

изобарном
$$A = p\ \ V_2 - V_1\ \ = \nu R\ \ T_2 - T_1\ \ ;$$

изотермическом
$$A = \nu RTln\frac{V_2}{V_1} = \nu RTln\frac{p_1}{p_2};$$

адиабатном
$$A = \nu C_V\ \ T_1 - T_2\ \ = \frac{\nu RT_1}{\gamma - 1}\ \ 1 - \ \ \frac{V_1}{V_2}\ \ ^{\gamma-1}\ \ = \frac{p_1V_1}{(\gamma-1)}\ \ 1 - \ \ \frac{V_1}{V_2}\ \ ^{\gamma-1}\ \ ,$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

Уравнение Пуассона
$$pV^{\gamma} = const,$$
$$TV^{\gamma-1} = const,$$
$$T^{\gamma}p^{1-\gamma} = const.$$

Коэффициент полезного действия цикла Карно
$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где Q_1 и T_1 – количество теплоты, полученное от нагревателя и его температура;
Q_2 и T_2 – количество теплоты, переданное холодильнику и его температура.

Изменение энтропии при переходе из состояния 1 в состояние 2
$$S_2 - S_1 = \ {}_{1}^{2}\ \frac{dQ}{T}.$$

1.3. Примеры решения задач

1. Движение тела массой 1 кг задано уравнением $s=6t^2+3t+2$. Найти зависимость скорости и ускорения от времени. Вычислить силу, действующую на тело в конце второй секунды.

Решение. Мгновенную скорость находим как производную от пути по времени:
$$v = \frac{ds}{dt};\ \ v = 18t^2 + 3.$$

Мгновенное ускорение определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени:
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}; a = 36t.$$

Сила, действующая на тело, определяется по второму закону Ньютона: $F=ma$, где a, согласно условию задачи, - ускорение в конце второй секунды. Тогда
$$F = m \cdot 36t; F = 1\text{кг} \cdot 36 \cdot 2\text{м/с}^2 = 72\ \text{Н}.$$

Ответ: $v = 18t^2 + 3; a = 36t; F = 72\ H.$

2. Стержень диной 1 м движется мимо наблюдателя со скоростью 0,8 с. Какой покажется наблюдателю его длина.

Дано: l_0=1 м, v=0,8 с.

Найти: l.

Решение. Зависимость длины тела от скорости в релятивисткой механике выражается формулой

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \tag{1}$$

где l_0 - длина покоящегося стержня; v - скорость его движения; c - скорость света в вакууме. Подставляя в формулу (1) числовые значения, имеем

$$l = 1\text{м}\sqrt{1 - \frac{(0{,}8\ \text{c})^2}{\text{c}^2}} = 1\text{м}\sqrt{1 - 0{,}64} = 0{,}6\ \text{м}.$$

Ответ: l=0,6 м.

3. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями 1)v=0,5 c и u=0,75 c; 2)v= c и u=0,75 c . Найти их относительную скорость в первом и во втором случаях.

Дано: 1)v=0,5 c, u=0,75 c; 2)v= c, u=0,75 c.

Найти: u_1'; u_2'.

Решение. Согласно теореме сложения скоростей в теории относительности,

$$u' = \frac{v+u}{1+vu/c^2},$$

где v, u – скорости соответственно первой и второй частиц; u' – их относительная скорость, c – скорость света в вакууме. Для первого и второго случаев находим:

$$u_1' = \frac{0{,}5c + 0{,}75c}{1 + \frac{0{,}5c \cdot 0{,}75c}{c^2}} = 0{,}91c;$$

$$u_2' = \frac{c + 0{,}75c}{1 + \frac{0{,}75c^2}{c^2}} = \frac{1{,}75c}{1{,}75} = c.$$

Это означает, что, во-первых, ни в какой инерциальной системе отсчета скорость процесса не может превзойти скорость света, и, во-вторых, скорость распространения света в вакууме абсолютна.

Ответ: $u_1' = 0{,}91c$; $u_2' = c$.

4. На двух шнурах одинаковой длины, равной 0,8 м, подвешены два свинцовых шара массами 0,5 и 1 кг. Шары соприкасаются между собой. Шар меньшей массы отвели в сторону так, что шнур отклонился на угол $\alpha = 60^0$, и отпустили. На какую высоту поднимутся оба шара после столкновения? Удар считать центральным и неупругим. Определить энергию, израсходованную на деформацию шаров при ударе.

Дано: m_1=0,5 кг, m_2=1кг, $\alpha = 60^0$, l=0,8 м.

Найти: $h_1, \Delta E_g$.

Решение. Так как удар шаров неупругий, то после удара шары будут двигаться с общей скоростью v. Закон сохранения количества движения при этом ударе будет иметь вид

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v. \tag{1}$$

Здесь v_1 и v_2 - скорости шаров до ударов. Скорость большего шара до удара равна нулю ($v_2 = 0$). Скорость меньшего шара найдем, используя закон сохранения энергии. При отклонении меньшего шара на угол α (см. рис. 1) ему сообщается потенциальная энергия, которая затем переходит в кинетическую: $m_1gh_1 = = m_1v_1^2/2$. Таким образом, $h_1 = l(1 - cos\alpha) = 2lsin^2(\frac{\alpha}{2})$, поэтому

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим скорость шаров после удара:

$$v = \frac{m_1v_1}{m_1+m_2} = \frac{2m_1\sqrt{gl}sin\frac{\alpha}{2}}{m_1+m_2}. \qquad (3)$$

Кинетическая энергия, которой обладают шары после удара, переходит в потенциальную:

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (m_1 + m_2)gh,$$

где h - высота поднятия шаров после столкновения. Из формулы (4) находим $h = v^2/(2g)$, или с учетом (3),

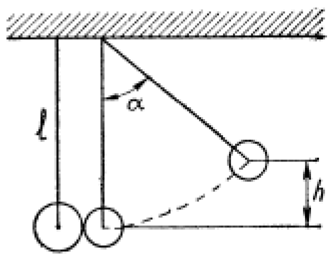


Рис. 1

$$h = 2m_1^2l \cdot \frac{sin^2\frac{\alpha}{2}}{(m_1+m_2)^2};$$

$$h = 2(0{,}5кг)^2 \cdot 0{,}8м \cdot \frac{0{,}25}{(0{,}5кг + 1\ кг)^2} = 0{,}044м.$$

При неупругом ударе шаров часть энергии расходуется на их деформацию. Энергия деформации определяется разностью кинетических энергий до и после удара:

$$\Delta E_g = \frac{m_1v_1^2}{2} - (m_1 + m_2)v^2/2.$$

Используя уравнения (2) и (3), получаем

$$\Delta E_g = 2glm_1\left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)sin^2\frac{\alpha}{2};$$

$$\Delta E_g = 2 \cdot 9{,}81\frac{м}{с^2} \cdot 0{,}8м \cdot 0{,}5кг\left(1 - \frac{0{,}5кг}{1{,}5кг}\right) \cdot 0{,}25 = 1{,}3\ Дж.$$

Ответ: h=0,044 м, $\Delta E_g = 1{,}3$ Дж.

5. Молот массой 70 кг падает с высоты 5 м и ударяет по железному изделию, лежащему на наковальне. Масса наковальни вместе с изделием 1330 кг. Считая удар абсолютно неупругим, определить энергию, расходуемую на деформацию изделия. Систему молот-изделие-наковальня считать замкнутой.

Дано: $m_1 = 70кг,\ h = 5$ м, $m_2 = 1330$ кг.

Найти: E_g.

Решение. По условию задачи, система молот-изделие-наковальня считается замкнутой, а удар неупругий. На основании закона сохранения энергии можно считать, что энергия, затраченная на деформацию изделия, равна разности значений механической системы до и после удара.

Считаем, что во время удара меняется только кинетическая энергия тел, т.е. незначительным перемещением тел по вертикали во время удара пренебрегаем. Тогда для энергии деформации изделия имеем

$$E_g = \frac{m_1v^2}{2} - \frac{(m_1+m_2)v'^2}{2}, \qquad (1)$$

где v - скорость молота в конце падения с высоты h; v' - общая скорость всех тел системы после неупругого удара. Скорость молота в конце падения с высоты h определяется без учета сопротивления воздуха и трения по формуле

$$v = \sqrt{2gh}. \qquad (2)$$

Общую скорость всех тел системы после неупругого удара найдем, применив закон сохранения количества движения

$$\sum_{i=1}^{n} m_i v_i = const. \qquad (3)$$

Для рассматриваемой системы закон сохранения количества движения имеет вид $m_1 v = (m_1 + m_2)v'$, откуда

$$v' = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}. \qquad (4)$$

Подставив в формулу (1) выражения (2) и (4), получим

$$E_g = m_1 g h \frac{m_1}{m_1 + m_2};$$

$$E_g = 70\text{кг} \cdot \frac{9{,}8\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5\text{м} \frac{1330\text{кг}}{1330\text{кг} + 70\text{кг}} = 3258\text{Дж}.$$

Ответ: E_g=3258 Дж.

6. Тело массой 1 кг под действием постоянной силы движется прямолинейно. Зависимость пути, пройденного телом, от времени задана уравнением $s = 2t^2 + 4t + 1$. Определить работу силы за 10 с с начала ее действия и зависимость кинетической энергии от времени.

Дано: m=1кг, $s = 2t^2 + 4t + 1$.

Найти: *A, T=f(t).*

Решение. Работа, совершаемая силой, выражается через криволинейный интеграл

$$A = \int F dx. \qquad (1)$$

Сила, действующая на тело, по второму закону Ньютона равна

$$F = ma \text{ или } F = m\frac{d^2 s}{dt^2}. \qquad (2)$$

Мгновенное значение ускорения определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени. В соответствии с этим находим

$$v = \frac{dx}{dt} = 4t + 4; \qquad (3)$$

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = 4\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \qquad (4)$$

Тогда

$$F = m\frac{d^2 s}{dt^2} = 4m. \qquad (5)$$

Из выражения (3) определим *dx:*

$$dx = (4t + 4)\,dt. \qquad (6)$$

Подставив (5) и (6) в уравнение (1), получим

$$A = \int 4m(4t + 4)\,dt.$$

По этой формуле определим работу, совершаемую силой за 10 с с начала ее действия:

$$A = \int_0^{10} (16mt + 16m)\, dt = m\left(\frac{16t^2}{2}\Big|_0^{10} + 16t\,\Big|_0^{10}\right) =$$

$$= 1\,(8 \cdot 100 + 16 \cdot 10)\ \text{Дж} = 960\text{Дж}.$$

Кинетическая энергия опрелеяется по формуле

$$T = mv^2/2. \tag{7}$$

Подставляя (3) в (7), имеем

$$T = \frac{m\,(4t+4)^2}{2} = m(16t^2 + 32t + 16)/2 = m\,(8t^2 + 16t + 8).$$

Ответ: A=960Дж, T= $m\,(8t^2 + 16t + 8)$.

7. Протон движется со скоростью 0,7 с (c – скорость света). Найти количество движения и кинетическую энергию протона.

Дано: $v=0,7\ c$.

Найти: p; T.

Решение. Количество движения протона определяется по формуле

$$P=mv. \tag{1}$$

Так как скорость протона сравнима со скоростью света, то необходимо учесть зависимость массы от скорости, воспользовавшись релятивистским выражением для массы:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_0/\sqrt{1-\beta^2}, \tag{2}$$

где m - масса движущегося протона; $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг - масса покоя протона; v - скорость движения протона; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с - скорость света в вакууме; $\frac{v}{c} = \beta$ - скорость протона, выраженная в долях скорости света.

Подставляя уравнение (2) в (1) и учитывая, что $\beta = v/c$, получаем

$$p = m_0 \cdot c \cdot \beta/\sqrt{1-\beta^2};$$

$$p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\text{кг} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot \frac{0{,}7}{\sqrt{1-0{,}7^2}} = 4{,}91 \cdot 10^{-19}\ \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

В релятивистской механике кинетическая энергия частицы определяется как разность между полной энергией E и энергией покоя E_0 этой частицы:

$$T=E-E_0, \tag{3}$$

где $\text{E} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, E_0 = m_0 c^2$.

Вычислим энергию покоя протона:

$$E_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\text{кг} \cdot (3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 = 1{,}5 \cdot 10^{-10}\ \text{Дж}.$$

Тогда (см. формулу (3))

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right);$$

$$T = 1{,}5 \cdot 10^{-10}\text{Дж} \left(\frac{1}{\sqrt{1-0{,}7^2}} - 1\right) = 0{,}6 \cdot 10^{-10}\text{Дж}.$$

Ответ: p= $4{,}91 \cdot 10^{-19}$ кг $\cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$, T=$0{,}6 \cdot 10^{-10}$Дж.

8. Тонкий стержень массой 300 г и длиной 50 см вращается с угловой скоростью 10 $с^{-1}$ в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Найти угловую скорость, если в процессе вращения в той же плоскости стержень переместится так, что ось вращения пройдет через конец стержня.

Дано: m=300 г=0,3 кг, l=50 см=0,5 м, $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$.

Найти: ω_2.

Решение. Используем закон сохранения момента количества движения

$$\sum_{i=1}^{n} J_i \omega_i = const. \qquad (1)$$

где J_i – момент инерции стержня относительно оси вращения.

Для изолированной системы тел векторная сумма моментов количества движения остается постоянной. В данной задаче вследствие того, что распределение массы стержня относительно оси вращения изменяется, момент инерции стержня также изменится. В соответствии с (1) запишем

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2. \qquad (2)$$

Известно, что момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной стержню, равен

$$J_0 = ml^2/12. \qquad (3)$$

По теореме Штейнера

$$J = J_0 + md^2,$$

где J – момент инерции тела относительно произвольной оси вращения; J_0 – момент инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс; d – расстояние от центра масс до выбранной оси вращения.

Найдем момент инерции относительно оси, проходящей через его конец и перпендикулярной стержню:

$$J = J_0 + md^2, J_2 = \frac{ml^2}{12} + m(\frac{l}{2})^2 = ml^2/3.$$

Подставляя формулы (3) и (4) в (2), имеем:

$$\frac{ml^2\omega_1}{12} = \frac{ml^2\omega_2}{3},$$

откуда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{4}, \omega_2 = \frac{10c^{-1}}{4} = 2{,}5c^{-1}.$$

Ответ: $\omega_2 = 2{,}5c^{-1}$.

9. Маховик массой 4 кг вращается с частотой 720 мин$^{-1}$ вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр. Массу маховика можно считать равномерно распределенной по его ободу радиусом 40 см. Через 30 с под действием тормозящего момента маховик остановился. Найти тормозящий момент и число оборотов, которое сделает маховик до полной остановки.

Дано: $\omega = 0, m = 4 \text{ кг}, n = 720 \text{ мин}^{-1} = 12 \text{ с}^{-1}, \Delta t = 30\ c, R = 0{,}4 \text{ м}$.

Найти: M, N.

Решение. Для определения тормозящего момента M сил, действующих на тело, нужно применить основное уравнение динамики вращательного движения:

$$J \cdot \Delta\omega = M \cdot \Delta t, \qquad (1)$$

где J – момент инерции маховика относительно оси, проходящей через центр масс; $\Delta\omega$ - изменение угловой скорости за промежуток времени Δt.

По условию, $\Delta\omega = -\omega_0$, где ω_0 - начальная угловая скорость, так как конечная угловая скорость $\omega = 0$. Выразим начальную угловую скорость через частоту вращения маховика; тогда $\omega_0 = 2\pi n$ и $\Delta\omega = 2\pi n$.Момент инерции маховика $J=mR^2$, где m - масса маховика; R – его радиус. Формула (1) принимает вид

$$mR^2 2\pi n = M \cdot \Delta t,$$

откуда

$$M = \frac{2\pi n m R^2}{\Delta t};$$

$$\mathrm{M}=2 \cdot 3{,}14 \cdot 12 c^{-1} \cdot 4\text{кг} \cdot \frac{0{,}16\text{м}^2}{30\text{с}} = 1{,}61\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Угол поворота (т.е. угловой путь φ) за время вращения маховика до остановки может быть определен по формуле для равнозамедленного вращения:

$$\varphi = \omega_0 t - \varepsilon \cdot \Delta t^2/2, \qquad (2)$$

где ε - угловое ускорение. По условию, $\omega = \omega_0 - \varepsilon\Delta t, \omega = 0,\ \varepsilon \cdot \Delta t = \omega_0$. Тогда выражение (2) можно записать так:

$$\varphi = \omega_0 \Delta t - \frac{\omega_0 \Delta t}{2} = \frac{\omega_0 \Delta t}{2}.$$

Так как $\varphi = 2\pi N, \omega_0 = 2\pi n$, то число полных оборотов

$$N = n \cdot \frac{\Delta t}{2}; N = 12\ c^{-1} \cdot 30 \frac{c}{2} = 180.$$

Ответ: М=1,61$H \cdot$ м$, N = 180$.

10. В сосуде объемом 2 м^3 находится смесь 4 кг гелия и 2 кг водорода при температуре 27 ^{0}С. Определить давление и молярную массу смеси газов.

Дано: V=2м^3, m_1=4 кг, M_1=4 $\cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, m_2=2 кг, M_2=2$\cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, T=300 К.

Найти: P, M.

Решение. Воспользуемся уравнением Клапейрона-Менделеева, применив его к гелию и водороду:

$$p_1 V = \frac{m_1 RT}{M_1}; \qquad (1)$$

$$p_2 V = \frac{m_2 RT}{M_2}, \qquad (2)$$

где p_1 – парциальное давление гелия; m_1 – масса гелия; M_1 – его молярная масса; V – объем сосуда; T – температура газа; R=8,31 Дж(моль $\cdot$ К) - молярная газовая постоянная; p_2 – парциальное давление водорода; m_2 – масса водорода; M_2 – его молярная масса. Под парциальным давлением p_1 и p_2 понимается то давление, которое производил бы газ, если бы он только один находился в сосуде. По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси:

$$p=p_1+p_2. \qquad (3)$$

Из уравнения (1) и (2) выразим p_1 и p_2 и подставим в уравнение (3). Имеем

$$p = \frac{m_1 RT}{M_1 V} + \frac{m_2 RT}{M_2 V} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\ \frac{RT}{V}. \qquad (4)$$

Молярную массу смеси газов найдем по формуле

$$M = \frac{m_1 + m_2}{v_1 + v_2}, \qquad (5)$$

где v_1 и v_2 – число молей гелия и водорода соответственно. Число молей газов определим по формулам:

$$v_1 = \frac{m_1}{M_1}; \tag{6}$$
$$v_2 = \frac{m_2}{M_2}. \tag{7}$$
Подставляя (6) и (7) в (5), найдем
$$M = \frac{m_1+m_2}{\frac{m_1}{M_1}+\frac{m_2}{M_2}}. \tag{8}$$
Подставляя числовые значения в формулы (4) и (8), получаем
$$p = \frac{4\ кг}{4\cdot 10^{-3}\ кг/моль} + \frac{2\ кг}{2\cdot 10^{-3}\ кг/моль}\ \frac{8{,}31\ Дж/(моль\cdot К)\cdot 300}{2м^3} = 249300\ кПа.$$
Таким образом, p=2439 кПа.
$$М = \frac{4\ кг + 2\ кг}{4\ кг/\ 4\cdot 10^{-3}кг\cdot моль^{-1}\ \ + 2\ кг\ /\ 2\cdot 10^{-3}кг\cdot моль^{-1}} = 3\cdot\frac{10^{-3}кг}{моль}.$$
Ответ: p=2439 кПа, M=$3\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

11. Чему равны средние кинетические энергии поступательного и вращательного движения молекул, содержащихся в 2 кг водорода при температуре 400 К?

Дано: m=2 кг, T=400 К, $М = 2\cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$.

Найти: $< E_{пост} >$; $< E_{вр} >$.

Решение. Считаем водород идеальным газом. Молекула водорода – двухатомная, связь между атомами считаем жесткой. Тогда число степеней свободы молекулы водорода равно 5. В среднем на одну степень свободы приходится энергия $<\varepsilon_i>= kT/2$, где k – постоянная Больцмана; T - термодинамическая температура. Поступательному движению приписывается три (i=3), а вращательному две (i=2) степени свободы. Энергия одной молекулы
$$<\varepsilon_{пост}>=\frac{3}{2}kT;\ <\varepsilon_{вр}>=\frac{2}{2}kT.$$
Число молекул, содержащихся в массе газа,
$$N = v\cdot N_A = \frac{m}{M}\ N_A,$$
где v – число молей; N_A – постоянная Авогадро. Тогда средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул водорода
$$< E_{пост} >= \frac{m}{M}\ N_A\cdot\frac{3}{2}\cdot kT = \frac{3}{2}\ \frac{m}{M}\ RT, \tag{1}$$
где $R = k\cdot N_A$ - молярная газовая постоянная.

Средняя кинетическая энергия вращательного движения молекул водорода
$$< E_{вр} > = \frac{m}{M}\ RT. \tag{2}$$
Подставляя числовые значения в формулы (1) и (2), имеем
$$< E_{пост} > = \frac{3\cdot 2кг\cdot 8{,}31Дж(моль\cdot К)\cdot 400К}{2\cdot 2\cdot 10^{-3}кг/моль} = 49{,}86\cdot 10^5Дж = 4986\ кДж,$$
$$< E_{вр} > = \frac{2кг\cdot 8{,}31Дж(моль\cdot К)\cdot 400К}{2\cdot 10^{-3}кг/моль} = 33{,}24\cdot 10^5Дж = 3324\ кДж.$$
Ответ: $< E_{пост} > = 4986$ кДж, $< E_{вр} > = 3324$ кДж.

12. Определить среднюю длину свободного пробега молекул и число соударений за 1 с, происходящими между всеми молекулами кислорода, находящегося в сосуде емкостью 2 л при температуре 27 ^{0}С и давлении 100 кПа.

Дано: V=2л=$2\cdot10^{-3}$ м^3, $М = 32\cdot\frac{10^{-3}кг}{моль}$, $Т = 300$ К, $р = 100кПа = 10^5$ Па, $d = 2{,}9\cdot10^{-10}$м.

Найти: $<\lambda>$; Z.

Решение. Средняя длина свободного пробега молекул кислорода вычисляется по формуле

$$<\lambda>=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \quad (1)$$

где d – эффективный диаметр молекулы кислорода; n – число молекул в единице объема, которое можно определить из уравнения

$$n=p/(kT), \quad (2)$$

где k – постоянная Больцмана. Подставляя (2) в (1), имеем

$$<\lambda>=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}. \quad (3)$$

Число соударений Z, происходящих между всеми молекулами за 1 с, равно

$$Z=1/2<Z>N, \quad (4)$$

где N – число молекул кислорода в сосуде объемом $2\cdot10^{-3}$ м^3; $<Z>$ - среднее число соударений одной молекулы за 1 с. Число молекул в сосуде

$$N=nV. \quad (5)$$

Среднее число соударений молекулы за 1 с равно

$$<Z>=<v>/<\lambda>, \quad (6)$$

где $<v>$ - средняя арифметическая скорость молекулы

$$<v>=\sqrt{8RT/(\pi M)}. \quad (7)$$

Подставляя в (4) выражения (5), (6), (7), находим

$$Z=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\cdot\sqrt{2}\cdot\pi d^2 n}{kT}\cdot\frac{p}{kT}\cdot V=\frac{2\pi d^2 p^2 V}{k^2T^2}\sqrt{\frac{RT}{\pi M}}.$$

Подставляя числовые значения, получим

$$Z=\frac{2\cdot3{,}14\cdot2{,}9^2\cdot10^{-20}м^2\cdot10^{10}Па^2\cdot2\cdot10^{-3}м^3}{1{,}38\cdot10^{-46}Дж^2\cdot К^{-2}\cdot9\cdot10^4К^2}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{\frac{8{,}31Дж}{моль\cdot К}\cdot300К}{3{,}14\cdot32\cdot10^{-3}\ кг/моль}}=9\cdot10^{28}\ с^{-1};$$

$$<\lambda>=\frac{1{,}38\cdot\frac{10^{-23}Дж}{К}\cdot300К}{\sqrt{2}\cdot3{,}14\cdot2{,}9^2\cdot10^{-20}м^2\cdot10^5Па}=3{,}56\cdot10^{-8}\ м.$$

Ответ: $Z=9\cdot10^{28}\ c^{-1}$, $<\lambda>=3{,}56\cdot10^{-8}$ м.

13. Определить коэффициенты диффузии и внутреннего трения азота, находящегося при температуре Т=300 К и давлении 10^5 Па.

Дано: $\rho=1{,}25\frac{кг}{м^3}$, $M=28\cdot\frac{10^{-3}кг}{моль}$, $T=300$ К, $p=10^5$Па, $d=3{,}1\cdot10^{-10}$м.

Найти: D,η

Решение. Коэффициент диффузии определятеся по формуле

$$D=\frac{1}{3}<v><\lambda>, \quad (1)$$

где $<v>$ - средняя арифметическая скорость молекул, равная

$$<v>=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad (2)$$

$<\lambda> -$ средняя длина свободного пробега молекул. Для нахождения $<\lambda>$ воспользуемся формулой из решения примера 12:

$$<\lambda> = \frac{kT}{\sqrt{2}\cdot\pi d^2 p}. \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в выражение (1), имеем

$$D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\cdot\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} = \frac{2kT}{3\pi d^2 p}\sqrt{\frac{RT}{\pi M}}. \quad (4)$$

Коэффициент внутреннего трения

$$\eta = \frac{1}{3}<v><\lambda>\rho, \quad (5)$$

где ρ - плотность газа при температуре 300 К и давлении 10^5 Па. Для нахождения ρ воспользуемся уравнением состояния идеального газа. Запишем его для двух состояний азота – при нормальных условиях T_0=273 К, p_0=1,01$\cdot 10^5$ Па и в условиях задачи:

$$p_0V_0 = \frac{m}{M}RT_0;\ pV = \frac{m}{M}RT. \quad (6)$$

Учитывая, что $\rho_0 = \frac{m}{V_0}, \rho = m/V$, имеем

$$\rho = \frac{\rho_0 p T_0}{p_0 T}. \quad (7)$$

Коэффициент внутреннего трения газа может быть выражен через коэффициент диффузии (см. формулы (1) и (5)):

$$\eta = D\rho = \frac{D\rho_0 p T_0}{p_0 T}. \quad (8)$$

Подставляя числовые значения в (4) и (8), получим

$$D = \frac{2\cdot 1{,}38\cdot\frac{10^{-23}\text{Дж}}{\text{К}}\cdot 300\text{К}}{3\cdot 3{,}134\cdot 3{,}1^2\cdot 10^{-20}\text{м}^2\cdot 10^5\text{Па}}\cdot\sqrt{\frac{8{,}31\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}\cdot 300\text{К}}{3{,}14\cdot 28\cdot 10^{-3}\text{кг/моль}}} == 4{,}7\cdot\frac{10^{-5}\text{м}^2}{\text{с}};$$

$$\eta = 4{,}7\cdot\frac{10^{-5}\text{м}}{\text{с}}\cdot\frac{1{,}25\text{кг}}{\text{м}^3}\cdot\frac{10^5\text{Па}\cdot 273\text{ К}}{1{,}01\cdot 10^5\text{Па}\cdot 300\text{ К}} = 5{,}23\cdot 10^{-5}\text{кг/}(\text{м}\cdot\text{с}).$$

Ответ: $D = 4{,}7\cdot\frac{10^{-5}\text{м}^2}{\text{с}}, \eta = 5{,}23\cdot\frac{10^{-5}\text{ кг}}{\text{м}\cdot\text{с}}$.

14. Кислород массой 160 г нагревают при постоянном давлении от 320 до 340 К. Определить количество теплоты, поглощенное газом, изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

Дано: m=160 г=16$\cdot$10^{-2} кг, T_1=320 К, T_2=340 К.

Найти: Q; ΔU; A.

Решение. Количество теплоты, необходимое для нагревания газа при постоянном давлении

$$Q = mc_p(T_2 - T_1) = \frac{m}{M}C_p(T_2 - T_1). \quad (1)$$

Здесь c_p и C_p=Mc_p - удельная и молярная теплоемкости газа при постоянном давлении; M=32$\cdot$10^{-3} кг/моль – молярная масса кислорода. Для всех двухатомных газов

$$C_p = \frac{7}{2}\cdot R;\ C_p = 3{,}5\cdot 8{,}31\text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К}) = 29\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К}).$$

Изменение внутренней энергии газа находим по формуле

$$\Delta U = \frac{m}{M}C_V(T_2 - T_1), \quad (2)$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Для всех двухатомных газов

$$C_V = \frac{5}{2} \cdot R;\ C_V = 2{,}5 \cdot 8{,}31\ \text{Дж}\ \ \text{моль} \cdot \text{К}\ \ = 20{,}8\text{Дж}/\ \text{моль} \cdot \text{К}\ .$$

Работа расширения газа при изобарном процессе $A = p \cdot \Delta V$, где $\Delta V = V_2 - V_1$ - изменение объема газа, которое можно найти из уравнения Клапейрона-Менделеева. При изобарном процессе

$$pV_1 = \frac{m}{M}\ RT_1; \tag{3}$$

$$pV_2 = \frac{m}{M}\ RT_2. \tag{4}$$

Почленным вычитанием выражения (4) из (3) находим

$$p\ \ V_2 - V_1\ \ = \frac{m}{M}\ R\ \ T_2 - T_1\ ,$$

следовательно

$$A = \frac{m}{M}\ R\ \ T_2 - T_1\ . \tag{5}$$

Подставляя числовые значения в формулы (1), (2) и (5), получаем:

$$Q = \frac{16 \cdot 10^{-2}\text{кг}}{32 \cdot 10^{-3}\text{кг/моль}} \cdot 29\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}\ \ 340\text{К} - 320\text{К}\ \ = 2900\ \text{Дж};$$

$$\Delta U = \frac{16 \cdot 10^{-2}\text{кг}}{32 \cdot 10^{-3}\text{кг/моль}} \cdot 20{,}8\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}\ \ 340\text{К} - 320\text{К}\ \ = 2080\ \text{Дж};$$

$$A = \frac{16 \cdot 10^{-2}\text{кг}}{32 \cdot 10^{-3}\text{кг/моль}} \cdot 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}\ \ 340\text{К} - 320\text{К}\ \ = 830\ \text{Дж}.$$

Ответ: $Q = 2900$ Дж; $\Delta U = 2080$ Дж; $A = 840$ Дж.

15. Объем аргона, находящегося под давлением 80 кПа, увеличился от 1 до 2 л. На сколько изменится внутренняя энергия газа, если расширение производилось а) изобарно; б) адиабатно.

Дано: $V_1 = 10\ \text{м}^{-3}, V_2 = 2 \cdot 10\ \text{м}^{-3}, p = 0{,}8 \cdot 10^5\ \text{Па}, M = 40 \cdot \frac{10^{-3}\text{кг}}{\text{моль}}, i = 3.$

Найти: ΔU.

Решение. Применим первый закон термодинамики. Согласно этому закону, количество теплоты Q, переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на совершенную системой работу A:

$$Q = \Delta U + A. \tag{1}$$

Величину ΔU можно определить, зная массу газа m, удельную теплоемкость при постоянном объеме c_v и изменение температуры ΔT:

$$\Delta U = m \cdot c_V \cdot \Delta T. \tag{2}$$

Однако удобнее изменение внутренней энергии ΔU определять через молярную теплоемкость C_V, которая может быть выражена через число степеней свободы:

$$\text{c}_V = \frac{\text{C}_V}{M} = \frac{i}{2}\frac{R}{M}. \tag{3}$$

Подставляя величину c_v из формулы (3) в (2), получаем

$$\Delta U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R \cdot \Delta T. \tag{4}$$

Изменение внутренней энергии зависит от характера процесса, при котором идет расширение газа. При изобарном расширении газа, согласно первому закону термодинамики, часть количества теплоты идет на изменение внутренней энергии $\Delta U,$ которая выражается формулой (4). Найти ΔU для аргона по формуле (4) нельзя, так как масса газа и температура в условии задачи не даны. Поэтому необходимо провести преобразование формулы (4).

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для начального и конечного состояний газа:

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1; \quad pV_2 = \frac{m}{M} RT_2,$$

или

$$p\left(V_2 - V_1\right) = \frac{m}{M} R\left(T_2 - T_1\right). \quad (5)$$

Подставив (5) в формулу (4), получим

$$\Delta U = \frac{i}{2} p\left(V_2 - V_1\right). \quad (6)$$

Это уравнение является расчетным для определения ΔU при изобарном расширении.

При адиабатном расширении газа теплообмена с внешней средой не происходит, поэтому $Q=0$. Уравнение (1) запишется в виде

$$\Delta U + A = 0. \quad (7)$$

Это соотношение устанавливает, что работа расширения газа может быть проведена только за счет уменьшения внутренней энергии газа (знак минус перед ΔU):

$$\mathrm{A} = -\Delta U. \quad (8)$$

Формула работы для адиабатного процесса имеет вид

$$A = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_1}{\gamma - 1}\left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right), \quad (9)$$

где γ - показатель степени адиабаты, равный отношению теплоемкостей: $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$. Для аргона – одноатомного газа (i=3) – имеем $\gamma = 1{,}67$.

Находим изменение внутренней энергии при адиабатном процессе для аргона, учитывая формулы (8) и (9):

$$\Delta U = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_1}{\gamma - 1}\left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} - 1\right). \quad (10)$$

Для определения работы расширения аргона формулу (10) следует преобразовать, учитывая при этом параметры, данные в условии задачи. Применив уравнение Клапейрона-Менделеева для данного случая $p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1$, получим выражение для подсчета изменения внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{p_1 V}{\gamma - 1}\left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} - 1\right). \quad (11)$$

Подставляя числовые значения в (6) и (11), имеем:

а) при изобарном расширении

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 0{,}8 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot 10^{-3} \text{м}^3 = 121 \text{ Дж};$$

б) при адиабатном расширении

$$\Delta U = \frac{0{,}8 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot 10^{-3} \text{м}^3}{(1{,}67-1)} \left[\left(\frac{10^{-3} \text{м}^3}{2 \cdot 10^{-3} \text{м}^3} \right)^{1{,}67-1} - 1 \right] = -44{,}6 \text{ Дж}.$$

Ответ: а) $\Delta U = 121$ Дж; б) $\Delta U = -44{,}6$ Дж.

16. Температура нагревателя тепловой машины 500 К. Температура холодильника 400 К. Определить к.п.д. тепловой машины, работающей по циклу Карно, и полную мощность, если нагреватель ежесекундно передает ей 1675 Дж теплоты.

Дано: T_1=500 К, T_2=400 К, Q_1=1675 Дж.

Найти: η, N.

Решение. Коэффициент полезного действия машины определяется по формуле

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (1)$$

или

$$\eta = A/Q_1. \qquad (2)$$

Из выражений (2) и (1) находим

$$A = \eta \cdot Q = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot Q_1.$$

Произведем вычисления:

$$\eta = \frac{500\,K - 400K}{500\,K} = 0{,}2;$$

$$A = 0{,}2 \cdot 1675 \text{ Дж} = 335 \text{ Дж}.$$

Эта работа совершается за 1 с, следовательно, полная мощность машины 335 Вт.

Ответ: $\eta = 0{,}2, N = 335$ Вт.

17. Горячая вода некоторой массы отдает теплоту холодной воде такой же массы и температуры их становятся одинаковыми. Показать, что энтропия при этом увеличивается.

Решение. Пусть температура горячей воды T_1, холодной T_2, а температура смеси Θ. Определим температуру смеси, исходя из уравнения теплового баланса

$$m \cdot c\,(T_1 - \Theta) = m \cdot c\,(\Theta - T_2), \text{ или } T_1 - \Theta = \Theta - T_2,$$

откуда

$$\Theta = (T_1 + T_2)/2. \qquad (1)$$

Изменение энтропии, происходящее при охлаждении горячей воды

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{\Theta} \frac{c \cdot m \cdot dT}{T} = c \cdot m \, ln \frac{\Theta}{T_1}.$$

Изменение энтропии, происходящее при нагревании холодной воды

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{\Theta} \frac{c \cdot m \cdot dT}{T} = c \cdot m \, ln \frac{\Theta}{T_2}.$$

Изменение энтропии системы равно

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = c \cdot m \, ln \frac{\Theta}{T_1} + c \cdot m \, ln \frac{\Theta}{T_2} = c \cdot m \, ln \frac{\Theta^2}{T_1 \cdot T_2}.$$

или с учетом отношения (1) имеем

$$\Delta S = c \cdot ln\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1T_2};$$

так как $(T_1 + T_2)^2 > 0$ и $4T_1T_2 > 0$, то $\Delta S > 0$.

Таблица вариантов

Номер варианта	Контрольная работа № 1 Номера задач							
1	1	11	21	31	41	51	61	71
2	2	12	22	32	42	52	62	72
3	3	13	23	33	43	53	63	73
4	4	14	24	34	44	54	64	74
5	5	15	25	35	45	55	65	75
6	6	16	26	36	46	56	66	76
7	7	17	27	37	47	57	67	77
8	8	18	28	38	48	58	68	78
9	9	19	29	39	49	59	69	79
10	10	20	30	40	50	60	70	80

Контрольная работа № 1

1. Под действием какой силы при прямолинейном движении тела изменение его координаты со временем происходит по закону $x=10+5t-10t^2$? Масса тела 2 кг.

2. Найти закон движения тела массой 1 кг под действием постоянной силы 10 Н, если в момент $t=0$ тело покоилось в начале координат $(x=0)$.

3. Найти закон движения тела массой 1 кг под действием постоянной силы 1 Н, если в момент $t=0$ начальная координата $x=0$ и v_0=5 м/с.

4. Найти закон движения тела массой 1 кг под действием постоянной силы 2 Н, если в момент t=0 имеем x_o= 1 и v_o=2м/с.

5. Тело массой 2 кг движется с ускорением, изменяющимся по закону $a=5t-10$. Определить силу, действующую на тело через 5 с после начала действия, и скорость в конце пятой секунды.

6. Сплошной шар массой 1 кг и радиусом 5 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Закон вращения шара выражается уравнением $\varphi = 10 + 5t - 2t^2$. В точке, наиболее удаленной от оси вращения, на шар действует сила, касательная к поверхности. Определить эту силу и тормозящий момент.

7. Автомобиль движется по закруглению шоссе, имеющему радиус кривизны 100 м. Закон движения автомобиля выражается уравнением $s=100+10t-0,5t^2$. Найти скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорение в конце пятой секунды.

8. Материальная точка движется по окружности, радиус которой 20 м. Зависимость пути, пройденного точкой, от времени выражается уравнением $s=t^3+4t^2-t+8$. Определить пройденный путь, угловую скорость и угловое ускорение точки через 3 с от начала ее движения.

9. Материальная точка движется по окружности радиуса 1 м согласно уравнению $s=8t—0,2t^3$. Найти скорость, тангенциальное, нормальное и полное ускорение в момент времени 3 с.

10. Тело вращается равноускоренно с начальной угловой скоростью 5 с$^{-1}$ и угловым ускорением 1 с$^{-1}$. Сколько оборотов сделает тело за 10 с?

11. Параллелепипед размером 2х2х4 см^3 движется параллельно большему ребру. При какой скорости движения он будет казаться кубом.

12. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в два раза?

13. π-мезон — нестабильная частица. Собственное время жизни его 2,6$\cdot$10^8 с. Какое расстояние пролетит π-мезон до распада, если он движется со скоростью 0,9 с?

14. Найти собственное время жизни нестабильной частицы μ-мезона, движущегося со скоростью 0,99 с, если расстояние, пролетаемое им до распада, равно 0,1 км.

15. Собственное время жизни π-мезона 2,6$\cdot$10^{-8} с. Чему равно время жизни π-мезона для наблюдателя, относительно которого эта частица движется со скоростью 0,8 с?

16. Электрон, скорость которого 0,9 с, движется навстречу протону, имеющему скорость 0,8 с. Определить скорость их относительного движения.

17. Радиоактивное ядро, вылетевшее из ускорителя со скоростью 0,8 с, выбросило в направлении своего движения β-частицу со скоростью 0,7 с относительно ускорителя. Найти скорость частицы относительно ядра.

18. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростью 0,8 с. Определить скорость их относительного движения.

19. При какой скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составит 25%.

20. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились на 75%.

21. Сплошной цилиндр массой 0,1 кг катится без скольжения с постоянной скоростью 4 м/с. Определить кинетическую энергию цилиндра, время до его остановки, если на него действует сила трения 0,1 Н.

22. Сплошной шар скатывается по наклонной плоскости, длина которой 1 м и угол наклона 30°. Определить скорость шара в конце наклонной плоскости. Трение шара о плоскость не учитывать.

23. Полый цилиндр массой 1 кг катится по горизонтальной поверхности со скоростью 10 м/с. Определить силу, которую необходимо приложить к цилиндру, чтобы остановить его на пути 2 м.

24. Маховик, имеющий форму диска массой 10 кг и радиусом 0,1 м, был раскручен до частоты 120 мин$^{-1}$. Под действием силы трения диск остановился через 10 с. Найти момент сил трения, считая его постоянным.

25. Обруч и диск скатываются с наклонной плоскости длиной 1 м, составляющей угол 30° с горизонтом. Чему равны их скорости в конце спуска? Силой трения пренебречь.

26. С покоящимся шаром массой 2 кг сталкивается такой же шар, движущийся со скоростью 1 м/с. Вычислить работу, совершенную вследствие деформации при прямом центральном неупругом ударе.

27. Масса снаряда 10 кг, масса ствола орудия 500 кг. При выстреле снаряд получает кинетическую энергию $1{,}5\cdot10^{6}$ Дж. Какую кинетическую энергию получает ствол орудия вследствие отдачи?

28. Конькобежец массой 60 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 2 кг со скоростью 10 м/с. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед 0,02.

29. Молекула водорода, двигающаяся со скоростью 400 м/с, подлетает к стенке сосуда под углом 60° и упруго ударяется о нее. Определить импульс, полученный стенкой. Принять массу молекул равной $3\cdot10^{-27}$ кг.

30. Стальной шарик массой 50 г упал с высоты 1 м на большую плиту, передав ей импульс силы, равный 0,27 Н·с. Определить количество теплоты выделевшегося при ударе и высоту, на которую поднимается шарик.

31. С какой скоростью движется электрон, если его кинетическая энергия 1,02 МэВ? Определить импульс электрона.

32. Кинетическая энергия частицы оказалась равной ее энергии покоя. Какова скорость этой частицы?

33. Масса движущегося протона $2{,}5\cdot10^{-27}$кг. Найти скорость и кинетическую энергию протона.

34. Протон прошел ускоряющую разность потенциалов в 200 МВ. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Чему равна скорость протона?

35. Определить скорость электрона, если его релятивистская масса в три раза больше массы покоя. Вычислить кинетическую и полную энергию электрона.

36. Вычислить скорость, полную и кинетическую энергию протона в тот момент, когда его масса равна массе покоя α-частицы.

37. Найти импульс, полную и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью, равной 0,7 с.

38. Протон и α-частица проходят одинаковую ускоряющую разность потенциалов, после чего масса протона составила половину массы покоя α-частицы. Определить разность потенциалов.

39. Найти импульс, полную и кинетическую энергию нейтрона, движущегося со скоростью 0,6 с.

40. Во сколько раз масса движущегося дейтрона больше массы движущегося электрона, если их скорости соответственно равны 0,6 с и 0,9 с. Чему равны их кинетические энергии?

41. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 0,20 г водорода при температуре 27 °С.

42. Давление идеального газа 10 мПа, концентрация молекул $8\cdot 10^{10}$ см$^{-3}$. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы и температуру газа.

43. Определить среднее значение полной кинетической энергии одной молекулы аргона и водяного пара при температуре 500 К.

44. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа равна $15 \cdot 10^{-21}$ Дж. Концентрация молекул равна $9 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$. Определить давление газа.

45. В баллоне емкостью 50 л находится сжатый водород при 27 °С. После того как часть воздуха выпустили, давление понизилось на $1 \cdot 10^5$ Па. Определить массу выпущенного водорода. Процесс считать изотермическим.

46. В сосуде, имеющем форму шара, радиус которого 0,1 м, находится 56 г азота. До какой температуры можно нагреть сосуд, если его стенки выдерживают давление $5 \cdot 10^5$ Па?

47. При температуре 300 К и давлении $1{,}2 \cdot 10^5$ Па плотность смеси водорода и азота 1 кг/м^3. Определить молярную массу смеси.

48. В баллоне емкостью 0,8 м^3 находится 2 кг водорода и 2,9 кг азота. Определить давление смеси, если температура окружающей среды 27 °С.

49. До какой температуры можно нагреть запаянный сосуд, содержащий 36 г воды, чтобы он не разорвался, если известно, что стенки сосуда выдерживают давление $5 \cdot 10^6$ Па. Объем сосуда 0,5 л.

50. При температуре 27 °С и давлении 10^6 Па плотность смеси кислорода и азота 15 г/дм^3. Определить молярную массу смеси.

51. В сосуде емкостью 1 л содержится кислород массой 32 г. Определить среднее число соударений молекул в секунду при температуре 100 К.

52. Определить среднюю длину и среднюю продолжительность свободного пробега молекул углекислого газа при температуре 400 К и давлении 1,38 Па.

53. В сосуде емкостью 1 л находится 4,4 г углекислого газа. Определить среднюю длину свободного пробега молекул.

54. Определить коэффициент диффузии гелия при давлении $1 \cdot 10^6$ Па и температуре 27 °С.

55. Определить коэффициент внутреннего трения кислорода при температуре 400 К.

56. В сосуде емкостью 5 л содержится 40 г аргона. Определить среднее число соударений молекул в секунду при температуре 400 К.

57.Определить коэффициент внутреннего трения воздуха при температуре 100К.

58. Определить коэффициент диффузии азота при давлении $0{,}5 \cdot 10^5$ Па и температуре 127 °С.

59. Коэффициент внутреннего трения кислорода при нормальных условиях $1{,}9 \cdot 10^{-4}$ кг/м·с. Определить коэффициент теплопроводности кислорода.

60. Коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях $9{,}1 \cdot 10^{-5}$ м^2/с. Определить коэффициент теплопроводности водорода.

61. Определить, какое количество теплоты необходимо сообщить аргону массой 400 г, чтобы нагреть его на 100 К: а) при постоянном объеме; б) при постоянном давлении.

62. Во сколько раз увеличится объем 2 молей кислорода при изотермическом расширении при температуре 300 К, если при этом газу сообщали 4 кДж теплоты.

63. Какое количество теплоты нужно сообщить 2 молям воздуха, чтобы он совершил работу в 1000 Дж: а) при изотермическом процессе; б) при изобарическом процессе.

64. Найти работу и изменение внутренней энергии при адиабатном расширении 28 г азота, если его объем увеличился в два раза. Начальная температура азота 27 °С.

65. Кислород, занимающий объем 10 л и находящийся под давлением $2 \cdot 10^5$ Па, адиабатно сжат до объема 2 л. Найти работу сжатия и изменение внутренней энергии кислорода.

66. Определить количество теплоты, сообщенное 88 г углекислого газа, если он был изобарически нагрет от 300 К до 350 К. Какую работу при этом может совершить газ и как изменится его внутренняя энергия?

67. При каком процессе выгоднее производить расширение воздуха: изобарическом или изотермическом, если объем увеличивается в пять раз. Начальная температура газа в обоих случаях одинаковая.

68. При каком процессе выгоднее производить нагревание 2 молей аргона на 100 К: а) изобарическом; б) изохорическом.

69. Азоту массой 20 г при изобарическом нагревании сообщили 3116 Дж теплоты. Как изменилась температура и внутренняя энергия газа.

70. При изотермическом расширении одного моля водорода была затрачена теплота 4 кДж, при этом объем водорода увеличился в пять раз. При какой температуре протекает процесс? Чему равно изменение внутренней энергии газа; какую работу совершает газ?

71. Оределить изменение энтропии 14 г азота при изобарном нагревании его от 27 °С до 127 °С.

72. Как изменится энтропия 2 молей углекислого газа при изотермическом расширении, если объем газа увеличивается в четыре раза.

73. Совершая цикл Карно, газ отдал холодильнику 0,25 теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя 400 К.

74. Тепловая машина работает по циклу Карно, к.п.д. которого 0,4. Каков будет к.п.д. этой машины, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении?

75. Холодильная машина работает по обратному циклу Карно, к.п.д. которого 400%. Каков будет к.п.д. этой машины, если она работает по прямому циклу Карно.

76. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу 1000 Дж. Температура нагревателя 500 К, температура холодильника 300 К. Определить количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

77. Найти изменение энтропии при нагревании 2 кг воды от 0 до 100 °С и последующем превращении ее в пар при той же температуре.

78. Найти изменение энтропии при плавлении 2 кг свинца и дальнейшем его охлаждении от 327 до 0 °С.

79. Определить изменение энтропии, происходящее при смешивании 2 кг воды, находящихся при температуре 300 К, и 4 кг воды при температуре 370 К.

80. Лед массой 1 кг, находящийся при температуре 0 °С, нагревают до температуры 57 °С. Определить изменение энтропии.

ГЛАВА 2. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

2.1. Экзаменационные вопросы

1. Электрические заряды. Закон сохранения заряда.

2. Взаимодействие зарядов. Закон Кулона.

3. Электрическое поле. Напряжённость электрического поля. Силовые линии электрического поля.

4. Поток вектора напряжённости электрического поля. Теорема Гаусса и её применение для расчёта электрического поля нити, плоскости, сферы.

5. Работа сил электрического поля. Потенциал. Разность потенциалов.

6. Связь напряжённости с потенциалом. Эквипотенциальные поверхности.

7. Проводники в электрическом поле. Электроёмкость. Конденсаторы.

8. Энергия электрического поля. Объёмная плотность энергии поля.

9. Закон Ома для участка цепи. Закон Ома для полной цепи.

10. Работа и мощность в цепи постоянного тока. Закон Джоуля-Ленца.

11. Правила Кирхгофа для расчёта сложных электрических цепей.

12. Магнитное поле. Индукция и напряженность магнитного поля.

13. Закон Био-Савара-Лапласа и следствия из него: поле прямого тока и в центре кругового тока.

14. Циркуляция вектора индукции магнитного поля. Поле соленоида и тороида.

15. Проводник с током в магнитном поле. Взаимодействие параллельных токов.

16. Движение зарядов в магнитном поле. Сила Лоренца.

17. Магнитный поток. Работа перемещения проводника и контура с током в магнитном поле.

18. Явление электромагнитной индукции. Закон Ленца. ЭДС индукции.

19. Явление самоиндукции. Индуктивность.

20. Энергия магнитного поля. Объёмная плотность энергии поля.

21. Магнитные свойства вещества. Диа-, пара- и ферромагнетики.

2.2 Основные формулы

Закон Кулона

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

где q_1 и q_2 – величины точечных зарядов,
ε – диэлектрическая проницаемость,
ε_0 – электрическая постоянная,
r – расстояние между зарядами.

Напряжённость электрического поля

$$E = \frac{F}{q}.$$

Напряженность поля:

точечного заряда

$$E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2};$$

бесконечно длинной заряженной нити

$$E = \frac{\tau}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon r};$$

равномерно заряженной бесконечной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\,\varepsilon};$$

между двумя разноименно заряженными бесконечными плоскостями

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\,\varepsilon},$$

где τ - линейная плотность заряда,
σ - поверхностная плотность заряда,
r – расстояние до источника поля.

Электрическое смещение

$$D = \varepsilon_0\varepsilon E.$$

Работа перемещения заряда в электрическом поле

$$A = q\int_1^2 E dl = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где φ_1 и φ_2 - потенциалы начальной и конечной точек.

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0\,\varepsilon\,r}.$$

Связь между потенциалом и напряженностью

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}.$$

Сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon_o\varepsilon E^2 S}{2} = \frac{q^2}{2\varepsilon_o\varepsilon S},$$

где S – площадь пластин.

Электроемкость:

уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi};$$

плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_o\varepsilon S}{d};$$

слоистого конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_o S}{\sum d_i/\varepsilon_i},$$

где d – расстояние между пластинами конденсатора,
d_i – толщина i-го слоя диэлектрика,
ε_i - его диэлектрическая проницаемость.

Электроемкость батареи конденсаторов, соединенных

параллельно

$$C = \sum C_i;$$

последовательно

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}.$$

Энергия поля:

заряженного проводника

$$W_э = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2};$$

заряженного конденсатора

$$W_э = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 V,$$

где V – объем конденсатора.

Объемная плотность энергии электрического тока

$$w_э = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{ED}{2}.$$

Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Закон Ома:

в дифференциальной форме

$$j = \gamma E = \frac{E}{\rho};$$

в интегральной форме

$$I = \frac{U}{R},$$

где γ - удельная проводимость,

ρ – удельное сопротивление,
U – напряжение на концах цепи,
R – сопротивление цепи,
j – плотность тока.

Закон Джоуля-Ленца

в дифференциальной форме
$$\frac{dw}{dt} = jE = \gamma E^2 = \frac{E^2}{\rho};$$

в интегральной форме
$$dQ = IUdt = \frac{U^2}{R}dt = I^2Rdt.$$

Сопротивление однородного проводника
$$R = \frac{\rho l}{S},$$

где l – длина проводника,
S – площадь его поперечного сечения.

Зависимость удельного сопротивления от температуры
$$\rho = \rho_0 \ 1 + \alpha t \ ,$$

где α - температурный коэффициент сопротивления,
t – температура по шкаде Цельсия.

Сила Лоренца
$$F = qE + q[v \times B],$$

где v – скорость заряда q,
B – индукция магнитного поля.

Сила Ампера
$$dF = Idl \times B,$$

где I – сила тока в проводнике,
dl – элемент длины проводника.

Магнитный момент контура с током
$$p_m = IS,$$

где S – площадь контура.

Механический момент, действующий на контур с током в магнитном поле
$$M = p_m \times B.$$

Закон Био-Савара-Лапласа
$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \times r}{4\pi r^3},$$

где μ_0 - магнитная постоянная,
μ - магнитная проницаемость среды.

Магнитная индукция:

в центре кругового тока
$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R},$$

поля бесконечно длинного прямого тока
$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r},$$

поля, созданного отрезком проводника с током
$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r} \ cos\alpha_1 + cos\alpha_2 \ ,$$

поля бесконечно длинного соленоида
$$B = \mu_0 \mu n I,$$

где R – радиус кругового тока,
r – кратчайшее расстояние до оси проводника,
n – число витков на единицу длины сопротивления,
α_1 и α_2 - углы между отрезком проводника и линией, соединяющей концы отрезка с точкой поля.

Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных токов на единицу их длины
$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi r},$$

где r – расстояние между токами I_1 и I_2.

Работа по перемещению контура с током в магнитном поле
$$A = I\Delta\Phi,$$

где Φ – магнитный поток через поверхность контура.

Магнитный поток однородного магнитного поля
$$\Phi = BScos\alpha,$$

через площадку S
где α - угол между вектором B и нормалью к площадке.

Закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt},$$

где N – число витков контура.

Потокосцепление контура с током

$$\psi = LI,$$

где L – индуктивность контура.

Электродвижущая сила самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu_0\mu n^2 V,$$

где V – объем соленоида,
n – число витков на единицу длины соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L

размыкание цепи

$$I = I_0 exp\ \ -\frac{Rt}{L}\ \ ,$$

замыкание цепи

$$I = I_0\ \ 1 - exp\ \ -\frac{Rt}{L}\ \ .$$

Энергия магнитного поля

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w_{\text{м}} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}.$$

2.3. Примеры решения задач

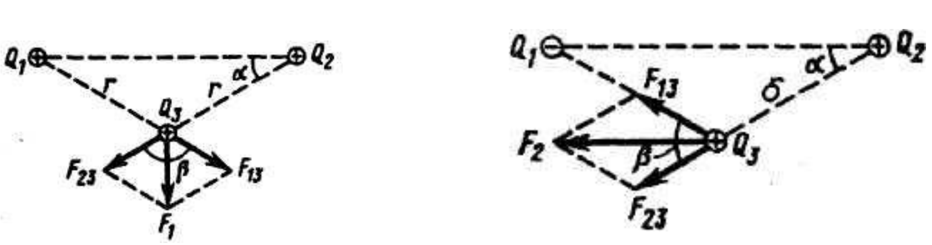
1. В углах при основании равнобедренного треугольника с боковой стороной 8 см расположены заряды Q_1 и Q_2. Определить силу, действующую на заряд 1 нКл, помещенный в вершине треугольника. Угол при вершине 120^0. Рассмотреть случаи:

а) Q_1=Q_2=2 нКл;

б) Q_1= - Q_2=-2 нКл.

Дано: $|Q_1|$=$|Q_2|$=2· 10^{-9} Кл; Q_3=10^9 Кл; r =0,08 м; α= 30°; ε=1.
Найти: F_1, F_2.

Решение. В соответствии с принципом суперпозиции поле каждого из зарядов Q_1 и Q_2 действует на заряд Q_1 независимо. Это значит, что на заряд Q_3 действуют силы (рис. 1, а)



а) б)

Рис. 1

$$F_{13} = Q_1 \cdot Q_3\ \ 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2\ \ , F_{23} = Q_2 \cdot Q_3\ \ 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2\ \ .$$

Так так $|Q_1|$=$|Q_2|$, то $|F_{13}|$=$|F_{23}|$. Векторная сумма F=F_1+F_2 является искомой величиной. Модуль силы определяется по теореме косинусов

$$F = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13} \cdot F_{23} \cdot cos\beta}.$$

В случае одноименных зарядов Q_1 и Q_2 из рис.1, а видно, что угол $\beta = 120^0$, поэтому F_1=F_{13}=F_{23}:

$$F_1 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2};$$

$$F_1 = \frac{2 \cdot 10^{-9}\,\text{Кл} \cdot 2 \cdot 10^{-9}\,\text{Кл}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\text{Ф/м} \cdot 64 \cdot 10^{-4}\text{м}^2} = 2{,}8 \cdot 10^{-6}\text{Н} = 2{,}8\,\text{мкН}.$$

В случае разноименных зарядов Q_1 и Q_2 из рис.1, б видно, что угол $\beta = 60^0$ и, следовательно

$$F_2 = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13} \cdot F_{23} \cdot cos\beta} = F_1 \cdot \sqrt{3};$$

$$F_2 = 2{,}8 \cdot 10^{-6}\text{Н} \cdot \sqrt{3} = 4{,}8 \cdot 10^{-6}\text{Н} = 4{,}8\,\text{мкН}.$$

Ответ: $F_1 = 2{,}8$ мкН, $F_2 = 4{,}8$ мкН.

2. Два равных отрицательных заряда по 9 нКл находятся в воде на расстоянии 8 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал поля в точке, расположенной в 5 см от зарядов.

Дано: $Q_1 = Q_2 = -9 \cdot 10^{-9}\,\text{Кл}, \varepsilon = 81, r_0 = 0{,}08\,\text{м}, r_1 = r_2 = 0{,}05\,\text{м}.$

Решение. Напряженность поля, создаваемого в точке А (рис.2) зарядами Q_1 и Q_2 по принципу суперпозиции полей, равна векторной сумме напряженностей, создаваемых каждым из зарядов:

$$E = E_1 + E_2. \tag{1}$$

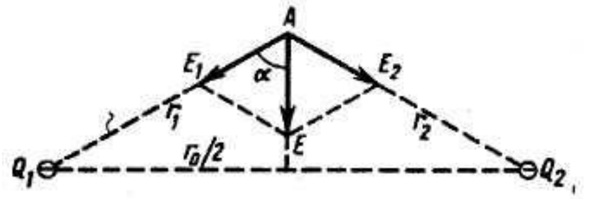


Рис. 2

По теореме косинусов

$$E = \sqrt{\text{E}_1^1 + \text{E}_2^2 + 2\text{E}_1 \cdot F_2 \cdot cos2\alpha}. \tag{2}$$

Напряженность поля точечного заряда Q

$$\text{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},$$

где ε - диэлектрическая проницаемость, ε_0- электрическая постоянная, r – расстояние от заряда до точки поля, в которой определяется его напряженность. Заряды Q_1 и Q_2 отрицательны, следовательно, векторы его E_1 и E_2 направлены по линиям напряженности к зарядам. По условию заряды Q_1=Q_2 расположены на одинаковом расстоянии от точки А, поэтому E_1=E_2. Следовательно, формула (2) принимает вид $E = 2E_1 \cdot cos\alpha$, где $cos\alpha = \frac{h}{r_1}$,

$$h = OA = \sqrt{r_1^2 - r_0^2/4};$$

$$h = \sqrt{(5 \cdot 10^{-2}\text{м}^2)^2 - (4 \cdot 10^{-2}\text{м})^2} = 3 \cdot 10^{-2}\text{м}.$$

Тогда напряженность в точке А

$$\mathrm{E} = \frac{2Q_1 \cdot h}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^3};$$

$$E = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{-9}\text{Кл} \cdot 3 \cdot 10^{-2}\text{м}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 81 \cdot 8{,}85 \cdot \frac{10^{-12}\Phi}{\text{м}} \cdot (0{,}05)^3\text{м}^3} = 480\,\frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Потенциал φ, создаваемый системой точесных зарядов в данной точке поля, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов $\varphi = \sum_{i=1}^{n}\varphi_i$. Потенциал результирующего поля в точке А равен $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$. Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом, $\varphi = Q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r$. Следовательно

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2} = \frac{2Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1};$$

$$\varphi = \frac{-2 \cdot 9 \cdot 10^{-9}\text{Кл}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 81 \cdot 8{,}85 \cdot \frac{10^{-12}\Phi}{\text{м}} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = -40\text{В}.$$

Ответ: Е=480В/м, $\varphi = -40$ В.

3. Заряд 1 нКл переносится в воздухе из точки, находящейся на расстоянии 1 м от бесконечно длинной равномерно заряженной нити, в точку на расстоянии 10 см от нее. Определить работу, совершаемую против сил поля, если линейная плотность заряда нити 1 мкКл/м. Какая работа совершается на последних 10 см пути?

Дано: r_0=0,1 м, r_1=1 м, r_2=0,2 м, Q=1$\cdot 10^{-9}$Кл, $\varepsilon = 1, \tau = 1 \cdot \frac{10^{-6}\text{Кл}}{\text{м}}$.

Найти: A_1, A_2.

Решение. Работа внешней силы по перемещению заряда Q из точки поля с потенциалом φ_i, в точку с потенциалом φ_0 равна

$$\mathrm{A} = Q\,(\varphi_0 - \varphi_i)\,. \qquad (1)$$

Бесконечная равномерно заряженная нить с линейной плотностью заряда τ создает аксиально-симметричное поле напряженностью $E = \tau/(4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r)$. Напряженность и потенциал этого поля связаны соотношением $E = -\frac{d\varphi}{dr}$, откуда $d\varphi = -Edr$. Разность потенциалов точек поля на расстоянии г и r_0 от нити

$$\varphi_0 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_0} Edr = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_0}\frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} ln\frac{r_1}{r_0};$$

$$\varphi_0 - \varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} ln\frac{r_1}{r_0};$$

$$\varphi_0 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_0}. \qquad (2)$$

Подставляя в формулу (1) найденное выражение для разности потенциалов из (2), определим работу, совершаемую внешними силами по перемещению заряда из точки, находящейся на расстоянии 1 м, до точки, расположенной на расстоянии 0,1 м от нити:

$$A_1 = \frac{Q \cdot \tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} ln\frac{r_1}{r_0};$$

$$A_1 = \frac{1\cdot 10^{-9}\text{Кл}\cdot 1\cdot 10^{-6}\text{Кл}\cdot \ln 10}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot \frac{10^{-12}\text{Ф}}{\text{м}}} = 4{,}1\cdot 10^{-5}\ \text{Дж}.$$

Работа по перемещению заряда на последних 10 см пути равна

$$\text{А}_2 = \frac{Q\cdot\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_0};$$

$$A_2 = \frac{1\cdot 10^{-9}\text{Кл}\cdot 10^{-6}\text{Кл}\cdot \ln 2}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot \frac{10^{-12}\text{Ф}}{\text{м}}} = 1{,}25\cdot 10^{-5}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $A_1 = 4{,}1\cdot 10^{-5}$ Дж, $A_2 = 1{,}25\cdot 10^{-5}$ Дж.

4. К одной из обкладок плоского конденсатора прилегает стеклянная плоскопараллельная пластинка ($\varepsilon_1 = 7$) толщиной 9 мм. После того как конденсатор отключили от источника напряжения 220 В и вынули стеклянную пластинку, между обкладками установилась разность потенциалов 976 В. Определить зазор между обкладками и отношение конечной и начальной энергии конденсатора.

Дано: U_1=220 В, U_2=976 В, $d_1 = 9\cdot 10^{-3}$ м, $\varepsilon_1 = 7, \varepsilon_2 = 1$.

Найти: d_0, W_1/W_2.

Решение. После отключения конденсатора и удаления стеклянной пластинки заряд на его обкладках остается неизменным, т. е. выполняется равенство

$$C_1U_1=C_2U_2, \qquad (1)$$

где C_1 и C_2 — электроемкости конденсатора в начальном и конечном случае.

По условию конденсатор вначале является слоистым и его электроемкость определяется по формуле

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0\cdot S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_0 - d_1}{\varepsilon_2}},$$

где S — площадь обкладок; d_0 — зазор между ними, d_1 — толщина стеклянной пластинки; ε_1 и ε_2 — диэлектрические проницаемости стекла и воздуха соответственно.

После удаления стеклянной пластинки электроемкость конденсатора

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{d_0}.$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$\frac{\varepsilon_0\cdot S\cdot U_1}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_0 - d_1}{\varepsilon_2}} = \frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S U_2}{d_0},$$

откуда

$$d_0 = \frac{U_2 d_1}{U_2 - U_1}\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right);\ d_0 = \frac{976\ \text{В}\cdot 9\cdot 10^{-3}\text{м}}{(976 - 220)\ \text{В}}\left(1 - \frac{1}{7}\right) = 1\cdot 10^{-2}\ \text{м}.$$

Начальная и конечная энергии конденсатора

$$W_1 = \frac{C_1U_1^2}{2};\ W_2 = \frac{C_2U_2^2}{2}.$$

Тогда отношение этих энергий $\frac{W_2}{W_1} = C_2U_2^2/(C_1U_1^2)$. Учитывая (1), получим

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{U_2}{U_1};\ \frac{W_2}{W_1} = \frac{976\ \text{В}}{220\text{В}} = 4{,}44.$$

Ответ: $d_0 = 1\cdot 10^{-2}$ м, $\frac{W_2}{W_1} = 4{,}44$.

5. Батарею из двух конденсаторов емкостью 400 и 500 пФ соединили последовательно и включили в сеть с напряжением 220 В. Потом батарею отключили от сети, конденсаторы разъединили и соединили параллельно обкладками, имеющими одноименные заряды. Каким будет напряжение на зажимах полученной батареи?

Дано: U_1=220 В, C_1=400 пФ, C_2=500 пФ.

Найти: U_2.

Решение. У последовательно соединенных конденсаторов заряды на обкладках равны по модулю $Q_1=Q_2=Q$ и заряд батареи равен заряду одного конденсатора. Емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов определяется по формуле $\frac{1}{\mathrm{C}} = \sum_{i=1}^{n} 1/C_i$. Для батареи из двух конденсаторов

$$\mathrm{C} = \mathrm{C}_1 \cdot \mathrm{C}_2/(\mathrm{C}_1 + \mathrm{C}_2),$$

а их заряд

$$Q = CU_1 = \frac{C_1C_2U_1}{\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2}. \quad (1)$$

При отключении конденсаторов их заряд сохраняется. У параллельно соединенных конденсаторов заряд батареи равен сумме зарядов конденсаторов $Q'=Q_1+Q_2$, а емкость — сумме емкостей

$$C = \mathrm{C}_1 + \mathrm{C}_2.$$

Напряжение на зажимах батареи из двух параллельно соединенных конденсаторов

$$U_2 = \frac{Q\prime}{C} = \frac{Q_1+Q_2}{\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2} = \frac{2Q}{\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2}. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получаем

$$U_2 = \frac{2C_1\mathrm{C}_2U_1}{(\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2)^2};$$

$$U_2 = \frac{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 10^{-20}\Phi^2 \cdot 220\text{В}}{9^2 \cdot 10^{-20}\Phi^2} = 108{,}6 \text{ В}.$$

Ответ: $U_2 = 108{,}6$ В.

6. Заряд конденсатора 1 мкКл, площадь пластин 100 $см^2$, зазор между пластинками заполнен слюдой. Определить объемную плотность энергии поля конденсатора и силу притяжения пластин.

Дано: Q= 10^{-6} Кл; S= 10^{-2} $м^2$; ε=6.

Найти: w, F.

Решение. Сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2S}{2}, \quad (1)$$

где E — напряженность поля конденсатора; S — площадь обкладок конденсатора; ε — диэлектрическая проницаемость слюды; ε_0 – электрическая постоянная.

Напряженность однородного поля плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0S}, \quad (2)$$

где $\sigma = Q/S$ - поверхностная плотность заряда. Подставляя (2) в (1), получаем

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0S}; F = \frac{10^{-12}\text{Кл}^2}{2 \cdot 6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\Phi/\text{м} \cdot 10^{-2}\text{м}^2} = 0{,}94 \text{ Н}.$$

Объемная плотность энергии электрического поля

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Подставляя (2) в (3), получаем

$$w = \frac{Q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S^2} = \frac{10^{-12}\text{Кл}^2}{2\cdot 6\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\text{Ф/м}\cdot 10^{-4}\text{м}^4} = 94{,}2\,\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: F=0,94 Н, $w = 94{,}2\,\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$.

7. В медном проводнике сечением 6 мм^2 и длиной 5 м течет ток. За 1 мин в проводнике выделяется 18 Дж теплоты. Определить напряженность поля, плотность и силу электрического тока в проводнике.

Дано: S=6·10^{-6} м^2; l=5 м; t=60 с; Q =18 Дж; ρ=1,7 ·10^{-8}Ом·м.

Найти: E, j, I.

Решение. Для решения задачи используем законы Ома и Джоуля — Ленца. Закон Ома в дифференциальной форме имеет вид

$$j = \gamma E, \tag{1}$$

где j – плотность тока, E – напряженность поля, γ - удельная проводимость.

Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 R t. \tag{2}$$

Здесь I – сила тока, t – время.

$$R = \rho\frac{l}{s} \tag{3}$$

- сопротивление проводника, где ρ, l, S - удельное сопротивление, длина и площадь поперечного сечения проводника соответственно.

Силу тока I находим из (2) с учетом (3):

$$I = \sqrt{\frac{Q}{Rt}} = \sqrt{\frac{QS}{\rho l t}};\; I = \sqrt{\frac{18\,\text{Дж}\cdot 6\cdot 10^{-6}\text{м}^2}{1{,}7\cdot 10^{-8}\text{Ом}\cdot\text{м}\cdot 5\text{м}\cdot 60\text{с}}} = 4{,}6\ \text{А}.$$

По определению, плотность тока равна $j=I/S$;

$$j = \frac{4{,}6\text{А}}{6\cdot 10^{-6}\text{м}^2} = 7{,}7\cdot 10^5\,\frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Напряженность поля в проводнике определим из (1), учитывая, что $\gamma = 1/\rho$.

$E = j\cdot\rho$; E=7,7·$\frac{10^5\text{А}}{\text{м}^2}\cdot 1{,}7\cdot 10^{-8}\text{Ом}\cdot\text{м} = 1{,}3\cdot\frac{10^{-2}\text{В}}{\text{м}}$.

Ответ: E=1,3 $\cdot\frac{10^{-2}\text{В}}{\text{м}}$; I=4,6 А; $j = 7{,}7\cdot 10^5\,\frac{\text{А}}{\text{м}^2}$.

8. Внутреннее сопротивление аккумулятора 2 Ом. При замыкании его одним резистором сила тока равна 4 А, при замыкании другим — 2 А. Во внешней цепи в обоих случаях выделяется одинаковая мощность. Определить электродвижущую силу аккумулятора и внешние сопротивления.

Дано: r=2Ом; I_1=4А; I_2=2А; $P_1 = P_2$.

Найти: ξ ; R_1; R_2.

Решение. Закон Ома для замкнутой (полной) цепи имеет вид

$$I_1 = \frac{\xi}{R_1 + r};\; I_2 = \frac{\xi}{R_2 + r}, \tag{1}$$

где r – внутреннее сопротивление источника тока, ξ – э.д.с. аккумулятора, R_1 и R_2 – внешние сопротивления цепей.

Уравнения (1) представим в виде

$$\xi = I_1\ R_1 + r\ ;\ \xi = I_2\ R_2 + r\ . \qquad (2)$$

Из равенства (2) следует, что

$$I_1\ R_1 + r\ = I_2\ R_2 + r\ . \qquad (3)$$

Мощность, выделяемая во внешней цепи в первом и во втором случаях, соответственно равна

$$P_1 = I_1^2 R_1;\ \ P_2 = I_2^2 R_2.$$

Из условия равенства мощностей следует, что

$$I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2. \qquad (4)$$

Решая совместно уравнения (3) и (4), получаем

$$R_1 = \frac{I_2 r}{I_1}, R_2 = \frac{I_1 r}{I_2}; \qquad (5)$$

$$R_1 = \frac{2\text{А}\cdot 2\text{Ом}}{4\text{А}} = 1\ \text{Ом};\ R_2 = \frac{4\text{А}\cdot 2\text{Ом}}{2\text{А}} = 4\ \text{Ом}.$$

Подставляя (5) в (2), получаем

$$\xi = I_1 r\ \ \frac{I_2}{I_1} + 1\ \ ;$$

$$\xi = 4\text{А}\cdot 2\text{Ом}\ \ \frac{2\text{А}}{4\text{А}} + 1\ \ = 12\text{В}.$$

Ответ: $\xi = 12\text{В},\ R_1 = 1\ \text{Ом}, R_2 = 4\ \text{Ом}.$

9. Электродвижущая сила батареи равна 20 В. Коэффициент полезного действия батареи составляет 0,8 при силе тока 4 А. Чему равно внутреннее сопротивление батареи?

Дано: ξ=20 В, $\eta = 0{,}8,\ I = 4$ А.

Найти: r.

Решение. Коэффициент полезного действия источника тока равен отношению падения напряжения во внешней цепи к его электродвижущей силе

$$\eta = \frac{RI}{\xi}, \qquad (1)$$

откуда

$$R = \frac{\eta\xi}{I}. \qquad (2)$$

Используя выражение закона Ома для замкнутой цепи $I = \xi/(R + r)$, получаем

$$\eta = \frac{R}{R+r}. \qquad (3)$$

Подставляя (2) в (3) и выполняя преобразования, находим

$$r = \frac{\xi(1-\eta)}{I}, r = \frac{20\text{В}(1-0{,}8)}{4\text{А}} = 1\ \text{Ом}.$$

Ответ: r=1 Ом.

10. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, находящимся на расстоянии 50 см друг от друга, в одном направлении текут токи I_1 и I_2 силой по 5 А. Между проводниками на расстоянии 30 см от первого расположен кольцевой проводник с током I_3 силой 5 А (рис. 3). Радиус кольца 20 см. Определить индукцию и напряженность магнитного поля, создаваемого токами в центре кольцевого проводника.

Дано: $I_1=I_2=I_3=I=5$ А; $r_1=0{,}3$ м; $r_3=0{,}2$ м.

Найти: B; H.

Решение. В соответствии с принципом суперпозиции индукция результирующего магнитного поля в точке A равна

$$B=B_1+B_2+B_3, \qquad (1)$$

где B_1 и B_2 – индукции полей, создаваемых соответственно токами I_1 и I_2, направленными за плоскость рисунка; B_3 –индукция поля, создаваемая кольцевым током. Как видно из рис.3, векторы B_1 и B_2 направлены по одной прямой в противоположные стороны, поэтому их сумма $B_1+B_2=B_{13}$ равна по модулю

$$B_{12}=B_2-B_1. \qquad (2)$$

Индукция поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током

$$B_1=\frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_1};\ B_2=\frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_2},$$

где μ_0 - магнитная постоянная, μ- магнитная проницаемость среды (для воздуха μ=1), r_1, r_2 - расстояния от проводников до центра кольца. Подставляя (3) в (2), получаем

$$B_{12}=\frac{\mu\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)=\frac{\mu\mu_0 I(r_2-r_1)}{2\pi\cdot r_2\cdot r_1}. \qquad (4)$$

Индукция поля, создаваемая кольцевым проводником с током

$$B_3=\frac{\mu\mu_0 I}{2r_3},$$

где r_3 - радиус кольца.

Как видно из рис. 3, векторы B_{12} и B_3, взаимно перпендикулярны, поэтому $\mathrm{B}=\sqrt{\mathrm{B}_{12}^2+\mathrm{B}_3^2}$ или, учитывая выражения (4) и (5), имеем

$$\mathrm{B}=\frac{\mu\mu_0 I}{2}\sqrt{\frac{(r_2-r_1)^2}{\pi^2\cdot r_1^2\cdot r_2^2}+\frac{1}{r_3^2}};$$

$$B=\frac{1\cdot 12{,}56\cdot\frac{10^{-7}\text{Гн}}{\text{м}}\cdot 5\text{А}}{2}\sqrt{\frac{(0{,}3-0{,}2)^2\text{м}^2}{3{,}14^2\cdot 0{,}3^2\cdot 0{,}2^2\text{м}^4}+\frac{1}{0{,}2^2\text{м}^2}}=$$

$$=15{,}7\cdot 10^{-6}=15{,}7\ \text{мкТл}.$$

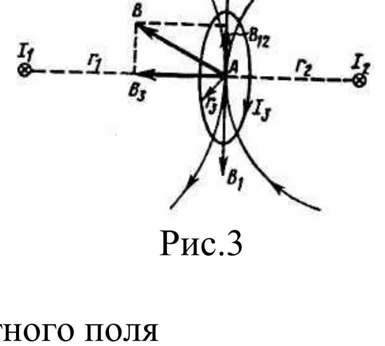


Рис.3

Напряженность магнитного поля

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0}; H = \frac{15{,}7 \cdot 10^{-6}\,\text{Тл}}{1 \cdot 12{,}56 \cdot \frac{10^{-7}\text{Гн}}{\text{м}}} = 12{,}5\ \text{А/м}.$$

Ответ: B=15,7 мкТл, H=12,5 А/м.

11. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 88 кВ, влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно его линиям индукции. Индукция поля равна 0,01 Тл. Определить радиус траектории электрона.

Дано: U=88 кВ; B=0,01 Тл; e=$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

Найти: r.

Решение. В магнитном поле с индукцией B на электрон, движущийся со скоростью v перпендикулярно B, действует сила Лоренца

$$F = evB, \tag{1}$$

которая обусловливает центростремительное ускорение электрона при его движении по окружности:

$$evB = \frac{mv^2}{r}, \tag{2}$$

где m — масса электрона; e — его заряд; r — радиус траектории его движения.

Пройдя ускоряющую разность потенциалов U, электрон приобретает кинетическую энергию $mv^2/2$, равную работе A сил электрического поля $mv^2/2=eU$. Отсюда находим скорость электрона:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \tag{3}$$

Из уравнения (2) с учетом (3) найдем радиус траектории

$$r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{e}};$$

$$r = \frac{1}{1 \cdot 10^{-2}\text{Тл}}\sqrt{\frac{2 \cdot 88 \cdot 10^{3}\text{В} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\text{кг}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{Кл}}} = 0{,}1\ \text{м}.$$

Ответ: r=0,1 м.

12. Соленоид длиной 20 см и диаметром 4 см имеет плотную трехслойную обмотку из провода диаметром 0,1 мм. По обмотке соленоида течет ток 0,1 А. Зависимость $B=f(H)$ для материала сердечника приведена на рис. 4. Определить напряженность и индукцию поля в соленоиде, магнитную проницаемость сердечника, индуктивность соленоида, энергию и объемную плотность энергии поля соленоида.

Дано: l=0,2 м; D=0,04 м; N=3; d=$1\cdot10^{-4}$ м; I=0,1 А.

Найти: H, B, μ, L, W, w.

Решение. Поле внутри соленоида можно считать однородным. В этом случае напряженность поля

$$H = I \cdot n, \tag{1}$$

где I - сила тока в обмотке;

$$n = \frac{N}{d}, \tag{2}$$

- число витков, приходящихся на единицу соленоида; N - число слоев обмотки; d - диаметр провода. Тогда

$$H = \frac{JN}{d}; H = \frac{0{,}1\,\text{А}\cdot 3}{1\cdot 10^{-4}\text{м}} = 3000\,\frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

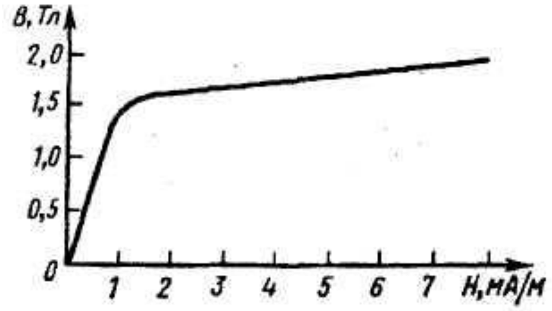


Рис.4

По графику находим *B=f(H)* что напряженности 3000 А/м соответствует индукция 1,7 Тл. Используя связь между индукцией и напряженностью

$$B = \mu\mu_0 H. \quad (3)$$

определим магнитную проницаемость

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{1{,}7\ \text{Тл}}{12{,}56\cdot\dfrac{10^{-7}\text{Гн}}{\text{м}}\cdot 3000\text{А/м}} = 450.$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2\cdot l\cdot S, \quad (4)$$

где l- длина, $S = \pi D^2/4$ - площадь поперечного сечения соленоида. Учитывая (2), получаем

$$L = \mu\mu_0\frac{N^2}{d^2}\cdot l\cdot\frac{\pi D^2}{4}; \quad (5)$$

$$L = \frac{450\cdot 12{,}56\cdot 10^{-7}\text{Гн/м}\cdot 3^2\cdot 0{,}2\text{м}\cdot 3{,}14\cdot 4^2\cdot 10^{-4}\text{м}^2}{4\cdot 1\cdot 10^{-8}\text{м}^2} = 128\ \text{Гн}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w = \frac{BH}{2};\ w = \frac{1{,}7\ \text{Тл}\cdot 3000\ \text{А/м}}{2} = 2550\,\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = w\cdot S\cdot l, \quad (6)$$

или

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (7)$$

Подставляя числовые данные в (7), получаем

$$W = 128\text{Гн}\cdot 10^{-2}\text{А}^2\cdot 0{,}5 = 0{,}64\ \text{Дж}.$$

Ответ: H=3000 А/м, B=1,7 Тл, μ=450, L=128 Гц, w=2,55 кДж/м^3, W=0,64 Дж.

13. На соленоид (см. условие и решение задачи 12) надето изолированное кольцо того же диаметра. Определить электродвижущую силу индукции в кольце и электродвижущую силу самоиндукции в соленоиде, если за 0,01 с ток в его обмотке равномерно снижается до нуля.

Дано: B=1,7 Тл; D=0,04 м; I_1 = 0,1 А; L= 128 Гн; Δt=10^{-2} с; I_2=0.

Найти: ξ_i, ξ_s.

Решение. По условию за время Δt =0,01 с сила тока в обмотке соленоида равномерно уменьшается от 0,1 А до нуля, поэтому магнитный поток, пронизывающий площадь кольца $S = \pi D^2/4$, уменьшается от Φ_1=BS до Φ_2=0. Электродвижущая сила индукции, возникающая в кольце,

$$\xi_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = \frac{\Phi_1}{\Delta t} = \frac{B \cdot \pi D^2}{4 \cdot \Delta t};$$

$$\xi_i = \frac{1{,}7\ \text{Тл} \cdot 3{,}14 \cdot 16 \cdot 10^{-4}\text{м}^2}{4 \cdot 10^{-2}\text{с}} = 0{,}2\ \text{В}.$$

Электродвижущая сила самоиндукции ξ_s, возникающая в соленоиде при выключении тока в нем, $\xi_s = -L\frac{dJ}{dt}$. Так как при выключении сила тока уменьшается до нуля равномерно, то

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I_2 - I_1}{\Delta t} = -\frac{I_1}{\Delta t}.$$

Тогда

$$\xi_s = \frac{LI_1}{\Delta t}; \xi_s = \frac{128\ \text{Гн} \cdot 0{,}1\ \text{А}}{0{,}01\ \text{с}} = 1280\ \text{В}.$$

Ответ: $\xi_i = 0{,}2$ В, $\xi_s = 1280$ В.

14. Виток радиусом 5 см с током 1 А помещен в однородное магнитное поле напряженностью 5000 А/м так, что нормаль к витку составляет угол 60° с направлением поля. Какую работу совершат силы поля при повороте витка в устойчивое положение?

Дано: r=0,05 м; I=1 А; H=5000 А/м; α=60°.

Решение. Работа A при повороте витка с током J в магнитном поле

$$A = I \cdot \Delta\Phi. \qquad (1)$$

Здесь $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$- изменение магнитного потока сквозь площадь витка $S = \pi r^2$; $\Phi_1 = B \cdot S \cdot cos\alpha$ — магнитный поток, пронизывающий виток в начальном положении, где α — угол между векторами n и B.

Устойчивым положением витка в магнитном поле является такое, при котором направление нормали к нему совпадает с вектором индукции, т. е. $cos\alpha = 1$. Следовательно, Φ_2=$B \cdot S$. Таким образом, $\Delta\Phi = B\pi r^2(1 - cos\alpha)$. Учитывая, что $B = \mu\mu_0 H$, имеем

$$\Delta\Phi = \mu\mu_0 H\pi r^2\ \ 1 - cos\alpha\ \ .$$

Подставляя (2) в (1), получаем

$$\text{А} = I\mu\mu_0 H\pi r^2\ \ 1 - cos\alpha\ \ ;$$

$$A = 1\text{А} \cdot 1 \cdot 12{,}56 \cdot 10^{-7}\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot 5 \cdot \frac{10^3\text{А}}{\text{м}} \cdot 3{,}14 \cdot 25 \cdot 10^{-4}\text{м}^2 \times$$
$$\times\ \ 1 - 0{,}5\ \ = 2{,}46 \cdot 10^{-5}\text{Дж}.$$

Ответ: А=$2{,}46 \cdot 10^{-5}$Дж.

Таблица вариантов

Номер варианта	Контрольная работа № 2 Номера задач							
1	1	11	21	31	41	51	61	71
2	2	12	22	32	42	52	62	72
3	3	13	23	33	43	53	63	73
4	4	14	24	34	44	54	64	74
5	5	15	25	35	45	55	65	75

6	6	16	26	36	46	56	66	76
7	7	17	27	37	47	57	67	77
8	8	18	28	38	48	58	68	78
9	9	19	29	39	49	59	69	79
10	10	20	30	40	50	60	70	80

Контрольная работа № 2

1. В вершинах квадрата со стороной 0,1 м расположены равные одноименные заряды. Потенциал создаваемого ими поля в центре квадрата равен 500 В. Определить заряд.

2. В вершинах квадрата со стороной 0,5 м расположены заряды одинаковой величины. В случае, когда два соседних заряда положительные, а два других — отрицательные, напряженность, поля в центре квадрата равна 144 В/м. Определить заряд.

3. В вершинах квадрата со стороной 0,1 м помещены заряды 0,1 нКл. Определить напряженность и потенциал поля в центре квадрата, если один из зарядов отличается по знаку от остальных.

4. Пространство между двумя параллельными бесконечными плоскостями с поверхностной плотностью зарядов $+5\cdot10^{-8}$ и $-9\cdot10^{-8}$ Кл/м^2 заполнено стеклом. Определить напряженность поля: а) между плоскостями; б) вне плоскостей.

5. На расстоянии 8 см друг от друга в воздухе находятся два заряда по 1 нКл. Определить напряженность и потенциал поля в точке, находящейся на расстоянии 5 см от зарядов.

6. Две параллельные плоскости одноименно заряжены с поверхностной плотностью зарядов 2 и 4 нКл/м^2. Определить напряженность поля: а) между плоскостями; б) вне плоскостей.

7. Если в центр квадрата, в вершинах которого находятся заряды по +2 нКл, поместить отрицательный заряд, то результирующая сила, действующая на каждый заряд, будет равна нулю. Вычислить числовое значение отрицательного заряда.

8. Заряды по 1 нКл помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 0,2 м. Равнодействующая сил, действующих на четвертый заряд, помещенный на середине одной из сторон треугольника, равна 0,6 мкН. Определить этот заряд, напряженность и потенциал поля в точке его расположения.

9. Два шарика массой по 0,2 г подвешены в общей точке на нитях длиной 0,5 м. Шарикам сообщили заряд и нити разошлись на угол 90°. Определить напряженность и потенциал поля в точке подвеса шарика.

10. Два одинаковых заряда находятся в воздухе на расстоянии 0,1 м друг от друга. Напряженность поля в точке, удаленной на расстоянии 0,06 м от одного и 0,08 м от другого заряда, равна 10 кВ/м. Определить потенциал поля в этой точке и значение зарядов.

11. Пылинка массой $8\cdot10^{-15}$ кг удерживается в равновесии между горизонтально расположенными обкладками плоского конденсатора. Разность потенциалов между обкладками 490 В, а зазор между ними 1 см. Определить, во сколько раз заряд пылинки больше элементарного заряда.

12. В поле бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 10 мкКл/м^2 перемещается заряд из точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от плоскости, в точку на расстоянии 0,5 м от нее. Определить заряд, если при этом совершается работа 1 мДж.

13. Какую работу нужно совершить, чтобы заряды 1 и 2 нКл, находившиеся на расстоянии 0,5 м, сблизились до 0,1 м?

14. Поверхностная плотность заряда бесконечной равномерно заряженной плоскости равна 30 нКл/м^2. Определить поток вектора напряженности через поверхность сферы диаметром 15 см, рассекаемой этой плоскостью пополам.

15. Заряд 1 нКл переносится из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 0,1 м от поверхности металлической сферы радиусом 0,1 м, заряженной с поверхностной плотностью 10^{-5} Кл/м^2. Определить работу перемещения заряда.

16. Заряд -1 нКл притянулся к бесконечной плоскости, равномерно заряженной с поверхностной плотностью 0,2 мкКл/м^2. На каком расстоянии от плоскости находился заряд, если работа сил поля по его перемещению равна 1 мкДж?

17. Какую работу совершают силы поля, если одноименные заряды 1 и 2 нКл, находившиеся на расстоянии 1 см, разошлись до расстояния 10 см?

18. Со скоростью $2 \cdot 10^7$ м/с электрон влетает в пространство между обкладками плоского конденсатора в середине зазора в направлении, параллельном обкладкам. При какой минимальной разности потенциалов на обкладках электрон не вылетит из конденсатора, если длина конденсатора 10 см, а расстояние между его обкладками 1 см?

19. Заряд — 1 нКл переместился в поле заряда +1,5 нКл из точки с потенциалом 100 В в точку с потенциалом 600 В. Определить работу сил поля и расстояние между этими точками.

20. Заряд 1 нКл находится на расстоянии 0,2 м от бесконечно длинной равномерно заряженной нити. Под действием поля нити заряд перемещается на 0,1 м. Определить линейную плотность заряда нити, если работа сил поля равна 0,1 мкДж.

21. Конденсатор с парафиновым диэлектриком заряжен до разности потенциалов 150 В. Напряженность поля $6 \cdot 10^6$ В/м, площадь пластин 6 см^2. Определить емкость конденсатора и поверхностную плотность заряда на обкладках.

22. Вычислить емкость батареи, состоящей из трех конденсаторов емкостью 1 мкФ каждый, при всех возможных случаях их соединения.

23. Заряд на каждом из двух последовательно соединенных конденсаторов емкостью 18 и 10 пкФ равен 0,09 нКл. Определить напряжение: а) на батарее конденсаторов; б) на каждом конденсаторе.

24. Конденсатор емкостью 6 мкФ последовательно соединен с конденсатором неизвестной емкости и они подключены к источнику постоянного напряжения 12 В. Определить емкость второго конденсатора и напряжения на каждом конденсаторе, если заряд батареи 24 мкКл.

25. Два конденсатора одинаковой емкости по 3 мкФ заряжены один до напряжения 100 В, а другой — до 200 В. Определить напряжение между оклад-

ками конденсаторов, если их соединить параллельно: а) одноименно; б) разноименно заряженными обкладками.

26. Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов 300 В. Площадь пластин 1 $см^2$, напряженность поля в зазоре между ними 300 кВ/м. Определить поверхностную плотность заряда на пластинах, емкость и энергию конденсатора.

27. Найти объемную плотность энергии электрического поля, создаваемого заряженной металлической сферой радиусом 5 см на расстоянии 5 см от ее поверхности, если поверхностная плотность заряда на ней 2 $мкКл/м^2$.

28. Площадь пластин плоского слюдяного конденсатора 1,1 $см^2$, зазор между ними 3 мм. При разряде конденсатора выделилась энергия 1 мкДж. До какой разности потенциалов был заряжен конденсатор?

29. Энергия плоского воздушного конденсатора 0,4 нДж, разность потенциалов на обкладках 600 В, площадь пластин 1 $см^2$. Определить расстояние между обкладками, напряженность и объемную плотность энергии поля конденсатора.

30. Под действием силы притяжения 1 мН диэлектрик между обкладками конденсатора находится под давлением 1 Па. Определить энергию и объемную плотность энергии поля конденсатора, если расстояние между его обкладками 1 мм.

31. Плотность тока в никелиновом проводнике длиной 25 м 1 $МА/м^2$. Определить разность потенциалов на концах проводника.

32. Определить плотность тока, текущего по проводнику длиной 5м, если на концах его поддерживается разность потенциалов 2 В. Удельное сопротивление материала 2 мкОм·м.

33. Напряжение на концах проводника сопротивлением 5 Ом за 0,5 с равномерно возрастает от 0 до 20 В. Какой заряд проходит через проводник за это время?

34. Температура вольфрамовой нити электролампы 2000 °С, диаметр 0,02 мм, сила тока в ней 4 А. Определить напряженность поля в нити.

35. На концах никелинового проводника длиной 5 м поддерживается разность потенциалов 12 В. Определить плотность тока в проводнике, если его температура 540 °С.

36. Внутреннее сопротивление аккумулятора 1 Ом. При силе тока 5 А его к. п. д. равен 0,8. Определить электродвижущую силу аккумулятора.

37. Определить электродвижущую силу аккумуляторной батареи, ток короткого замыкания которой 10 А, если при подключении к ней резистора сопротивлением 2 Ом сила тока в цепи равна 1 А.

38. Электродвижущая сила аккумулятора автомобиля 12 В. При силе тока 3 А его к. п. д. равен 0,8. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.

39. К источнику тока подключают один раз резистор сопротивлением 1 Ом, другой раз — 4 Ом. В обоих случаях на резисторах за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты. Определить внутреннее сопротивление источника тока.

40. Два одинаковых источника тока соединены в одном случае последовательно, в другом — параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление 1 Ом.

При каком внутреннем сопротивлении источника сила тока во внешней цепи будет в обоих случаях одинаковой?

41. Два бесконечно длинных прямолинейных проводника с токами 6 и 8 А расположены перпендикулярно друг другу. Определить индукцию и напряженность магнитного поля на середине кратчайшего расстояния между проводниками, равного 20 см.

42. По двум бесконечно длинным прямолинейным параллельным проводникам, расстояние между которыми 15 см, в одном направлении текут токи 4 и 6 А. Определить расстояние от проводника с меньшим током до геометрического места точек, в котором напряженность магнитного поля равна нулю.

43. Решить задачу 42 для случая, когда токи текут в противоположных направлениях.

44. По двум бесконечно длинным прямолинейным параллельным проводникам текут токи .5 и 10 А в одном направлении. Геометрическое место точек, в котором индукция магнитного поля равна нулю, находится на расстоянии 10 см от проводника с меньшим током. Определить расстояние между проводниками.

45. По кольцевому проводнику радиусом 10 см течет ток 4 А. Параллельно плоскости кольцевого проводника на расстоянии 2 см над его центром проходит бесконечно длинный прямолинейный проводник, по которому течет ток 2 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в центре кольца. Рассмотреть все возможные случаи.

46. Два круговых витка с током лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Радиус большого витка 12 см, меньшего 8 см. Напряженность поля в центре витков равна 50 А/м, если токи текут в одном направлении, и нулю, если в противоположном. Определить силу токов, текущих по круговым виткам.

47. Бесконечно длинный прямолинейный проводник с током 3 А расположен на расстоянии 20 см от центра витка радиусом 10 см с током 1 А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в центре витка для случаев, когда проводник: а) расположен перпендикулярно плоскости витка; б) в плоскости витка.

48. По квадратной рамке со стороной 0,2 м течет ток 4 А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в центре рамки.

49. По квадратной рамке течет ток 4 А. Напряженность магнитного поля в центре рамки 4,5 А/м. Определить периметр рамки.

50. По квадратной рамке со стороной 0,2 м течет ток, который создает в центре рамки магнитное поле напряженностью 4,5 А/м. Определить силу тока в рамке.

51. Незакрепленный проводник массой 0,1 г и длиной 7,6 см находится в равновесии в горизонтальном магнитном поле напряженностью 10 А/м. Определить силу тока в проводнике, если он перпендикулярен линиям индукции поля.

52. Два параллельных бесконечно длинных проводника с токами 10 А взаимодействуют с силой 1 мН на 1 м их длины. На каком расстоянии находятся проводники?

53. Найти радиус траектории протона в магнитном поле с индукцией 0,5 Тл, если он движется перпендикулярно ему и обладает кинетической энергией 3 МэВ.

54. Какое ускорение приобретает проводник массой 0,1 г и длиной 8 см в однородном магнитном поле напряженностью 10 кА/м, если сила тока в нем 1 А, а направления тока и индукции перпендикулярны?

55. Электрон с энергией 300 эВ движется перпендикулярно индукции однородного магнитного поля напряженностью 465 А/м. Определить силу Лоренца, скорость и радиус траектории электрона.

56. Момент импульса протона в однородном магнитном поле напряженностью 20 кА/м равен $6{,}6 \cdot 10^{-23}$ кг $\cdot$м^2/с. Найти кинетическую энергию протона, если он движется перпендикулярно линиям магнитной индукции поля.

57. На расстоянии 5 мм параллельно прямолинейному длинному проводнику движется электрон с кинетической энергией 1 кэВ. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводу пустить ток 1 А?

58. Протон движется в магнитном поле напряженностью 10 А/м по окружности радиусом 2 см. Найти кинетическую энергию протона.

59. По прямолинейным длинным параллельным проводникам, находящимся на расстоянии 2 см, в одном направлении текут токи по 1 А. Какую работу на единицу длины проводников нужно совершить, чтобы раздвинуть их до расстояния 4 см?

60. Однородное магнитное поле напряженностью 900 А/м действует на помещенный в него проводник длиной 25 см с силой 1 мН. Определить силу тока в проводнике, если угол между направлениями тока и индукции магнитного поля равен 45°.

61. Перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля индукцией 0,3 Тл движется проводник длиной 15 см со скоростью 10 м/с, перпендикулярной проводнику. Определить ЭДС, индуцируемую в проводнике.

62. Перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля индукцией 0,1 мТл по двум параллельным проводникам движется без трения перемычка длиной 20 см. При замыкании цепи, содержащей эту перемычку, в ней идет ток 0,01 А.Определить скорость движения перемычки. Сопротивление цепи 0,1 Ом.

63. На концах крыльев самолета размахом 20 м, летящего со скоростью 900 км/ч, возникает электродвижущая сила индукции 0,06 В. Определить вертикальную составляющую напряженности магнитного поля Земли.

64. В плоскости, перпендикулярной однородному магнитному полю напряженностью $2 \cdot 10^5$ А/м вращается стержень длиной 0,4 м относительно оси, проходящей через его середину. В стержне индуцируется электродвижущая сила, равная 0,2 В. Определить угловую скорость стержня.

65. Катушка из 100 витков площадью 15 см^2 вращается с частотой 5 Гц в однородном магнитном поле индукцией 0,2 Тл. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и линиям индукции поля. Определить максимальную электродвижущую силу индукции в катушке.

66. Цепь состоит из соленоида и источника тока. Соленоид без сердечника длиной 15 см и диаметром 4 см имеет плотную намотку из двух слоев медного провода диаметром 0,2 мм. По соленоиду течет ток 1 А. Определить ЭДС само-

индукции в соленоиде в тот момент времени после отключения его от источника тока, когда сила тока уменьшилась в два раза. Сопротивлением источника тока и подводящих проводов пренебречь.

67. Решить задачу 66 для случая соленоида с сердечником, магнитная проницаемость которого равна 1000.

68. Сила тока в соленоиде равномерно возрастает от 0 до 10 Аза 1 мин, при этом соленоид накапливает энергию 20 Дж. Какая ЭДС индуцируется в соленоиде?

69. Однослойный соленоид без сердечника длиной 20 см и диаметром 4 см имеет плотную намотку медным проводом диаметром 0,1 мм. За 0,1 с сила тока в нем равномерно убывает с 5 А до 0. Определить электродвижущую силу индукции в соленоиде.

70. По условию задачи 69 определить заряд, прошедший через соленоид после его отключения.

71. Чему равна объемная плотность энергии магнитного поля в соленоиде без сердечника, имеющего плотную однослойную намотку проводом диаметром 0,2 мм, если по нему течет ток величины 0,1 А?

72. По условию задачи 71 найти энергию магнитного поля соленоида, если его длина 20 см, а диаметр 4 см.

73. По соленоиду длиной 0,25 м, имеющему число витков 500, течет ток 1 А. Площадь поперечного сечения 15 см^2. В соленоид вставлен железный сердечник. Найти энергию магнитного поля соленоида. Зависимость $B=f(H)$ приведена на рис 4.

74. Квадратная рамка со стороной 1 см содержит 100 витков и помещена в однородное магнитное поле напряженностью 100 А/м. Направление поля составляет угол 30° с нормалью к рамке. Какая работа совершается при повороте рамки на 30° в одну и другую сторону, если по ней течет ток 1 А?

75. По условию задачи 74 определить работу при повороте рамки в положение, при котором ее плоскость совпадает с направлением линий индукции поля.

76. Под действием однородного магнитного поля перпендикулярно линиям индукции начинает перемещаться прямолинейный проводник массой 2 г, по которому течет ток 10 А. Какой магнитный поток пересечет этот проводник к моменту времени, когда скорость его станет равна 31,6 м/с?

77. Проводник с током 1 А длиной 0,3 м равномерно вращается вокруг оси, проходящей через его конец, в плоскости, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля напряженностью 1 кА/м. За одну минуту вращения совершается работа 0,1 Дж. Определить угловую скорость вращения проводника.

78. Однородное магнитное поле, объемная плотность энергии которого 0,4 Дж/м^3, действует на проводник, расположенный перпендикулярно линиям индукции, силой 0,1 мН на 1 см его длины. Определить силу тока в проводнике.

79. По обмотке соленоида с параметрами: число витков — 1000, длина 0,5 м, диаметр — 4 см; течет ток 0,5 А. Зависимость $B=f(H)$ для сердечника приведена на рис. 4. Определить потокосцепление, энергию и объемную плотность энергии соленоида.

80. Обмотка соленоида имеет сопротивление 10 Ом. Какова его индуктивность, если при прохождении тока за 0,05 с в нем выделяется количество теплоты, эквивалентное энергии магнитного поля соленоида?

ГЛАВА 3. КОЛЕБАНИЯ. ВОЛНЫ. ОПТИКА

3.1. Экзаменационные вопросы

1. Колебательное движение. Гармоническое колебание.

2. Скорость и ускорение при гармоническом колебании.

3. Период колебаний пружинного, математического и физического маятников.

4. Сложение колебаний одного направления и взаимно перпендикулярных направлений.

5. Волны в упругих средах. Уравнение плоской волны. Перенос энергии волной.

5. Колебательный контур. Электромагнитные колебания и волны.

7. Волновая оптика. Принцип Гюйгенса. Оптическая длина пути.

8. Интерференция света. Условие максимума и минимума при интерференции.

9. Интерференция в тонких плёнках. Полосы равной толщины и равного наклона. Кольца Ньютона.

10. Дифракция света. Метод зон Френеля.

11. Дифракция от сферического фронта волны (отверстие, круглый диск, зонная пластина).

12. Дифракция от щели. Дифракционная решётка.

13. Естественный и поляризованный свет. Поляризация при отражении и преломлении. Закон Брюстера.

14. Поляризация при двойном лучепреломлении. Призма Николя. Закон Малюса.

15. Вращение плоскости поляризации. Применение поляризованного света.

16. Квантовая гипотеза Планка. Тепловое излучение. Законы: Кирхгофа; Стефана-Больцмана; Вина.

17. Фотоэлектрический эффект. Опыты Столетова. Уравнение Эйнштейна.

18. Эффект Комптона.

19. Давление света.

3.2. Основные формулы

Уравнение гармонического колебания $s = A\sin\ \omega t + \varphi_0$,

где А - амплитуда колебания,

ω - циклическая частота,

φ_0- начальная фаза.

Период колебания маятников:

пружинного

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$$

физического

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}},$$

где m - масса маятника,

k - жесткость пружины,

J - момент инерции маятника,

g - ускорение свободного падения,
l - расстояние от точки подвеса до центра масс.

Период колебаний в электрическом колебательном контуре $T = 2\pi\sqrt{LC},$

где L - индуктивность контура,
C - емкость конденсатора.

Уравнение плоской волны, распространяющейся в направлении оси Ox, $x = A\sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right),$

где v - скорость распространения волны.

Длина волны $\lambda = vT,$

где T – период волны.

Скорость распространения электромагнитной волны $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$

где c - скорость света в вакууме,
ε - диэлектрическая проницаемость среды,
μ - магнитная проницаемость.

Скорость распространения звука в газах $v = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}},$

где γ - отношение теплоемкостей газа, при постоянном давлении и объеме,
R - молярная газовая постоянная,
T - термодинамическая температура,
M - молярная масса газа.

Вектор Пойнтинга $p = [E \times H],$

где E и H – напряженности электрического и магнитного полей электромагнитной волны.

Оптическая длина пути в однородной среде $L = ns,$

где s – геометрическая длина пути световой волны,
n – показатель преломления среды.

Оптическая разность хода $\Delta = L_2 - L_1,$

где L_1 и L_2 – оптические пути двух световых волн.

Условие интереференционного максимума и интерференционного минимума

$$\Delta = \pm m\lambda_0, m = 0, 1, 2, \ldots;$$
$$\Delta = \pm\frac{(2m-1)\lambda_0}{2}, m = 1, 2, \ldots,$$

где λ_0 - длина световой волны в вакууме.

Ширина интерференционных полос в опыте Юнга $\Delta x = \frac{\lambda_0 l}{d},$

где d – расстояние между когерентными источниками света,
l – расстояние от источника до экрана.

Оптическая разность хода в тонких пленках:

в проходящем свете $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i};$

в отраженном свете $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2},$

где d – толщина пленки,
n – показатель преломления пленки,
i – угол падения света.

Радиусы светлых колец Ньютона в проходящем свете или темных в отраженном $r_m = \sqrt{m\lambda R}, m = 1,2, \ldots$

и темных колец в проходящем свете или светлых в отраженном $r_m = \sqrt{(2m-1)\lambda R/2}, m = 1,2 \ldots$

где R –радиус кривизны линзы,

λ - длина световой волны в среде.

Радиусы зон Френели

для сферической волновой поверхности $r_m = \sqrt{m\lambda ab/(a+b)}, m = 1,2,..;$

для плоской волновой поверхности $r_m = \sqrt{m\lambda b}, m = 1,2,...,$

где a – радиус волновой поверхности,
b – кратчайшее расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения.

Направление дифракционных максимумов от одной щели

$$\varphi_0 = 0, a sin\varphi_m = \pm\frac{(2m+1)\lambda}{2}$$

$m=1,2,...;$

и дифракционных минимумов $a sin\varphi_m = \pm m\lambda, m = 1,2,...,$

где a – ширина щели.

Направление главных максимумов дифракционной решетки $d sin\varphi_m = \pm m\lambda, m = 0,1,2,...,$

где d – постоянная дифракционной решетки

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN,$$

где $\Delta\lambda$- минимальная разность длин волн двух спектральных линий, разрешаемых решеткой,
m – порядок спектра,
N – общее число щелей решетки.

Формула Вульфа-Брэгга $2d sin\theta_m = m\lambda, m = 1,2,...,$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла,
θ_m - угол скольжения рентгеновских лучей.

Степень поляризации

$$p = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},$$

где I_{max} и I_{min} - максимальная и минимальная интенсивность света.

Закон Брюстера

$$tg i_0 = \frac{n_2}{n_1},$$

где i_0 – угол Брюстера,
n_1 и n_2 – показатели преломления первой и второй среды.

Закон Малюса $I = I_0 cos^2\alpha,$

где I_0 и I – интенсивность плоскополяризованного света, падающего и прошедшего через поляризатор,
α - угол между плоскостью поляризации падающего света и главной плоскостью поляризатора.

Угол поворота плоскости поляризации света

в кристаллах и чистых жидкостях $\varphi = \alpha l,$

в растворах $\varphi = [\alpha]cl,$

где α – постоянная вращения,
$[\alpha]$ – удельная постоянная вращения,
c – концентрация оптически активного вещества в растворе,
l – расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе.

Фазовая скорость света

$$v = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме,
n – показатель преломления среды.

Дисперсия вещества

$$D = \frac{dn}{d\lambda}.$$

Грушовая скорость света $$u = \frac{c}{n}\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right).$$

Направление излучения Вавилова-Черенкова $$cos\theta = \frac{c}{nv},$$

где v – скорость заряженной частицы.

Закон Бугера $$I = I_0 e^{-\mu x},$$

μ - коэффициент поглощения.

Закон Стефана – Больцмана $$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e – энергетическая светимость чёрного тела;
σ – постоянная Стефана – Больцмана;
Т – термодинамическая температура тела.

Закон смещения Вина $$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

где λ_{max} - длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения черного тела,
b – постоянная Вина.

Давление света при нормальном падении на поверхность $$p = \frac{I}{c}(1+\rho) = w(1+\rho),$$

где I – интенсивность света,
ρ - коэффициент отражения,
w – объемная плотность энергии излучения.

Энергия фотона $$\varepsilon = hv = \frac{hc}{\lambda},$$

где h – постоянная Планка,
v – частота света.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта $$\varepsilon = A + T_{max},$$

где A – работа выхода электронов из металла,
T_{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Комптоновская длина волны частицы $$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = \frac{hc}{E_0},$$

где m_0 – масса покая частицы,
E_0 - энергия покая частицы.

Изменение длины волны рентгеновского излучения при эффекте Комптона $$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - cos\theta) = 2\lambda_c sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

где λ и λ' - длина волны падающего и рассеянного излучения,
θ –угол рассеяния.

3.4. Примеры решения задач

1. Материальная точка массой 10 г совершает гармоническое колебание с периодом 1 с. Определить амплитуду колебаний, максимальные скорость и ускорение колеблющейся точки, если полная энергия точки равна 0,02 Дж.

Дано: m=0,01 кг, T=1 с, E=0,02 Дж.

Найти: A, v_{max}, a_{max}.

Решение. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$s = Asin(\omega t + \varphi_0), \qquad (1)$$

где s — смещение материальной точки от положения равновесия, A — амплитуда колебания, ω — циклическая частота, t — время, φ_0 — начальная фаза.

Скорость материальной точки определяется как первая производная от смещения по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos\ \omega t + \varphi_0\ . \qquad (2)$$

Максимальное значение скорости равно

$$v_{max} = \omega A. \qquad (3)$$

Ускорение точки определяется как первая производная от скорости по времени

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\sin\ \omega t + \varphi_0\ . \qquad (4)$$

Максимальное значение ускорения равно

$$a_{max} = \omega^2 A. \qquad (5)$$

Полная энергия колебания складывается из кинетической и потенциальной энергии и равна максимальной кинетической или максимальной потенциальной энергии:

$$E = T_{max} = \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}. \qquad (6)$$

Из этого выражения найдем амплитуду колебания

$$A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2E}{m}}. \qquad (7)$$

Произведем вычисления, учитывая, что циклическая частота и период колебаний связаны соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cdot 3{,}14}{1\ \text{с}} = 6{,}28\ \text{с}^{-1};$$

$$A = \frac{1}{6{,}28\ \text{с}^{-1}}\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}02\ \text{Дж}}{0{,}01\ \text{кг}}} = 0{,}32\ \text{м};$$

$$v_{max} = 6{,}28\ \text{с}^{-1}\cdot 0{,}32\ \text{м} = 2\text{м/с};$$

$$a_{max} = (6{,}28\ \text{с}^{-1})^2\cdot 0{,}32\ \text{м} = 12{,}6\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: $A = 0{,}32$ м; $v_{max} = 2$м/с; $a_{max} = 12{,}6\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны 0,1 А/м. Определить энергию, переносимую этой волной через поверхность площадью 1 м^2, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны, за время t=1 с. Период волны $T \ll t$.

Дано: H_m=0,1 А/м, S=1 м^2, t= 1 с, $T \ll t$, ε=1, μ=1.

Найти: W.

Решение. Плотность потока энергии электромагнитной волны определяется вектором Пойнтинга

$$p = E \times H, \qquad (1)$$

где E и H — векторы напряженности электрического и магнитного полей. Учитывая, что векторы E и H электромагнитной волны взаимно перпендикулярны, для модуля вектора p получим

$$p=EH. \qquad (2)$$

Так как величины E и H в каждой точке волны меняются со временем по гармоническому закону, находясь в одинаковых фазах, то мгновенное значение p равно

$$p = E_m sin\omega t \cdot H_m sin\omega t = E_m H_m sin^2\omega t. \qquad (3)$$

Энергия, переносимая через площадку S, перпендикулярную направлению распространения волны, в единицу времени,

$$\frac{dW}{dt} = \int_S pdS = pS = SE_m H_m sin^2\omega t. \qquad (4)$$

Учитывая, что в электромагнитной волне

$$\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E_m^2 = \frac{1}{2}\mu_0\mu H_m^2. \qquad (5)$$

найдем:

$$E_m = H_m \cdot \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}}. \qquad (6)$$

Тогда выражение (4) примет вид

$$\frac{dW}{dt} = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}} H_m^2 S sin^2\omega t. \qquad (7)$$

Энергия, переносимая волной за время t, равна

$$W = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}} H_m^2 S \int_0^1 sin^2\omega t dt = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}} H_m^2 S \left(\frac{t}{2} - \frac{sin2\omega t}{4\omega}\right). \qquad (8)$$

По условию $T \ll t$, поэтому $\frac{t}{2} \gg \frac{sin2\omega t}{4\omega}$; тогда

$$W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}} H_m^2 St. \qquad (9)$$

Подставляя числовые значения, получим

$$W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{12{,}6\cdot 10^{-7}\text{Гн/м}\cdot 1}{8{,}85\cdot\frac{10^{-12}\ \text{Ф}}{\text{м}}\cdot 1}} \cdot (0{,}1\text{А/м})^2 \cdot 1\text{м}^2 \cdot 1\ \text{с} = 1{,}88\ \text{Дж}.$$

Ответ: W=1,88 Дж.

3. Для устранения отражения света от поверхности линзы на нее наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления 1,25, меньшим, чем у стекла (просветление оптики). При какой наименьшей толщине пленки отражение света с длиной волны 0,72 мкм не будет наблюдаться, если угол падения лучей 60°?

Дано: n = 1,25, λ=0,72 мкм, i=60°.

Найти: d_{min}.

Решение. Оптическая разность хода лучей, отраженных от нижней и верхней поверхности пленки, равна

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - sin^2 i}, \qquad (1)$$

где d — толщина пленки, n — показатель преломления пленки, i — угол падения лучей.

В выражении (1) учтено, что отражение лучей на обеих поверхностях происходит от оптически более плотной среды, и поэтому потери полуволны в обоих случаях компенсируют друг друга. Условие интерференционного минимума имеет вид

$$\Delta = \pm\frac{(2m-1)\lambda}{2}, m = 1,2, \ldots, \qquad (2)$$

где λ — длина волны света. Подставляя (1) в (2) и учитывая, что выражение (1) положительно, получим

$$2d = \overline{n^2 - sin^2 i} = \frac{2m-1\ \lambda}{2}. \qquad (3)$$

Из (3) найдем возможные значения толщины пленки:

$$d = \frac{(2m-1)\lambda}{4\ \overline{n^2 - sin^2 i}}. \qquad (4)$$

Наименьшее значение толщины пленки будет при m=1:

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4\ \overline{n^2 - sin^2 i}}. \qquad (5)$$

Подставляя в (5) числовые значения, получим

$$d_{min} = \frac{0{,}72 \cdot 10^{-6}\text{м}}{4\ \overline{(1{,}25)^2 - sin^2 60^0}} = 0{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 0{,}2\ \text{мкм}.$$

Ответ: $d_{min} = 0{,}2$ мкм.

4. Постоянная дифракционной решетки 10 мкм, ее ширина 2 см. В спектре какого порядка эта решетка может разрешить дублет λ_1=486,0 нм и λ_2==486,1 нм?

Дано: d = 10 мкм, l=2 см, λ_1=486,0, λ_2==486,1 нм.

Найти: m.

Решение. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \qquad (1)$$

где $\Delta\lambda$ — минимальная разность длин волн двух спектральных линий λ и $\lambda + \Delta\lambda$ разрешаемых решеткой; m — порядок спектра; N — число щелей решетки.

Поскольку постоянная решетки d есть расстояние между серединами соседних щелей, общее число щелей можно найти как

$$N = \frac{l}{d}, \qquad (2)$$

где l — ширина решетки.

Из формулы (1) с учетом (2) находим:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN} = \frac{d\lambda}{ml}. \qquad (3)$$

Дублет спектральных линий λ_1 и λ_2 будет разрешен, если

$$\Delta\lambda \le \lambda_2 - \lambda_1. \qquad (4)$$

Подставляя (3) в (4) и учитывая, что $\lambda = \lambda_1$ получим

$$\frac{d\lambda_1}{ml} \le \lambda_2 - \lambda_1. \qquad (5)$$

Из выражения (5) следует, что дублет λ_1 и λ_2 будет разрешен во всех спектрах с порядком

$$m \ge \frac{d\lambda_1}{l(\lambda_2 - \lambda_1.\ )}. \qquad (6)$$

Подставляя числовые данные, получим

$$\frac{d\lambda_1}{l(\lambda_2 - \lambda_1.\ )} = \frac{10 \cdot 10^{-6}\text{м} \cdot 486{,}0 \cdot 10^{-9}\text{м}}{2 \cdot 10^{-2}(486{,}1 - 486{,}1) \cdot 10^{-9}\text{м}} = 2{,}43.$$

Так как m — целое число, то $m \ge 3$.

Ответ: $m \ge 3$.

5. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Степень поляризации преломленного луча составляет 0,124. Найти коэффициент пропускания света.

Дано: p''=0,124,

Найти: τ.

Решение. Естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеюших одинаковую интенсивность,

$$I_{\parallel} = I_{\perp}, \tag{1}$$

где индексы обозначают колебания, параллельные и пендикулярные плоскости падения света на поверхность диэлектрика, причем интенсивность падающего света

$$I = I_{\parallel} + I_{\perp.} \tag{2}$$

При падении света под углом полной поляризации отражаются только волны, поляризованные в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. В преломленной волне преобладают колебания, параллельные плоскости падения. Интенсивность преломленной волны можно записать как

$$I^{"} = I_{\parallel}^{"} + I_{\perp}^{"}. \tag{3}$$

Составляющие $I_{\parallel}^{"}$ и $I_{\perp}^{"}$ интенсивности преломленной волны равны

$$I_{\parallel}^{"} = I_{\parallel} \text{ и } I_{\perp}^{"} = I_{\perp} - I', \tag{4}$$

где I'- интенсивность отраженного света.

Степень поляризации преломленного луча

$$p" = \frac{I_{\parallel}^{"} - I_{\perp}^{"}}{I_{\parallel}^{"} + I_{\perp}^{"}} = \frac{I_{\parallel}^{"} - I_{\perp}^{"}}{I^{"}}. \tag{5}$$

Учитывая равенства (4) и (1), выражение (5) можно представить в виде

$$p" = \frac{I'}{I^{"}}. \tag{6}$$

Коэффициент пропускания света

$$\tau = \frac{I^{"}}{I} = \frac{I^{"}}{I' + I^{"}}, \tag{7}$$

или, с учетом выражения (6),

$$\tau = \frac{1}{1 + p^{"}}. \tag{8}$$

Проводя вычисления, получим

$$\tau = \frac{1}{1 + 0{,}124} = 0{,}89.$$

Ответ: $\tau = 0{,}89$.

6. Интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор, уменьшилась в 2,3 раза. Во сколько раз она уменьшится, если за первым поставить второй такой же поляризатор так, чтобы угол между их главными плоскостями был равен 60°?

Дано: I_0/I_1 =2,3; α=60°.

Найти: I_0/I_2.

Решение. Естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность. Идеальный поляризатор пропускает колебания, параллельные его главной плоскости, и полностью задерживает колебания, перпендикулярные этой плоскости. На выходе из первого поляризатора получается плоскополяризованный свет, интенсивность которого I_1 с учетом потерь на отражение и поглощение света поляризатором равна

$$I_1 = \frac{I_0}{2}\ 1 - k\ , \tag{1}$$

где I_0 — интенсивность естественного света; k — коэффициент, учитывающий потери на отражение и поглощение.

После прохождения второго поляризатора интенсивность света уменьшается как за счет отражения и поглощения света поляризатором, так и из-за несовпадения плоскости поляризации света с главной плоскостью поляризатора. В соответствии с законом Малюса, учитывая потери на отражение и поглощение света, имеем

$$I_2 = I_1\ 1 - k\ cos^2\alpha, \tag{2}$$

где α — угол между плоскостью поляризации света, которая параллельна главной плоскости первого поляризатора, и главной плоскостью второго поляризатора.

Найдем, во сколько раз уменьшилась интенсивность света

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1-k)cos^2\alpha}. \tag{3}$$

Из (1) имеем

$$1 - k\ = \frac{2I_1}{I_0}. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), получим

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{1}{2cos^2\alpha}\ \frac{I_0}{I_1}\ ^2. \tag{5}$$

Проводя вычисления, найдем

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{1}{2cos^2 60^0}(2{,}3)^2 = 10{,}6.$$

Ответ: $\frac{I_0}{I_2} = 10{,}6.$

7. Измерение дисперсии показателя преломления оптического стекла дало n_1 = 1,528 для λ_1 = 0,434 мкм и n_2= 1,523 для λ_2 =0,486 мкм. Вычислить отношение групповой скорости к фазовой для света с длиной волны 0,434 мкм.

Дано: n_1 = 1,528, λ_1 = 0,434 мкм, n_2= 1,523, λ_2 =0,486 мкм.

Найти*:* u_1/v_1.

Решение. Зависимость групповой скорости u от показателя преломления n и длины волны λ имеет вид

$$u = \frac{c}{n}\ 1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\ , \tag{1}$$

где c — скорость света в вакууме.

Фазовая скорость v определяется как

$$v = \frac{c}{n}. \tag{2}$$

Разделив выражение (1) на (2), получим

$$\frac{u}{v} = 1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}. \tag{3}$$

Для длины волны λ_1и средней дисперсии $< \frac{dn}{d\lambda} >= \frac{\Delta n}{\Delta\lambda}$ имеем

$$\frac{u_1}{v_1} = 1 + \frac{\lambda_1}{n_1} \; \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \; . \tag{4}$$

Подставляя в (4) числовые значения, получим

$$\frac{u_1}{v_1} = 1 + \frac{0{,}434 \cdot 10^{-6}\text{м} \cdot (1{,}523 - 1{,}528)}{1{,}528 \cdot (0{,}486 - 0{,}434) \cdot 10^{-6}\text{м}} = 0{,}973.$$

Ответ: $\frac{u_1}{v_1} = 0{,}973$.

8. В черенковском счетчике из каменной соли релятивистские протоны излучают в конусе с раствором 82°. Определить кинетическую энергию протонов. Показатель преломления каменной соли 1,54.

Дано: $2\theta = 82°$; n=1,54.

Найти: T.

Решение. Излучение Вавилова — Черенкова возникает, когда скорость движения v заряженной частицы в среде больше фазовой скорости света c/n в этой среде (c — скорость света в вакууме, n — показатель преломления среды). Излучение направлено вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением движения частицы. Угол θ между направлением излучения и направлением движения частицы определяется формулой

$$cos\theta = \frac{c}{nv}. \tag{1}$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы определяется как

$$T = E_0 \quad \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} - 1 \quad , \tag{2}$$

где $E_0 = m_0 c^2$ — энергия покоя частицы; m_0 — масса покоя.

Для протонов E_0=989 МэВ. Отношение v/c определим из (1)

$$\frac{v}{c} = \frac{1}{ncos\theta}. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2), получим

$$T = E_0 \quad \frac{ncos\theta}{\sqrt{n^2cos^2\theta - 1}} - 1 \quad . \tag{4}$$

Проводя вычисления, найдем

$$T = 938 \text{ МэВ} \quad \frac{1{,}54cos41^0}{\sqrt{(1{,}54cos41^0)^2 - 1}} - 1 \quad = 900 \text{ МэВ}.$$

Ответ: T= 900 МэВ.

9. Во сколько раз увеличится мощность излучения черного тела, если максимум энергии излучения сместится от красной границы видимого спектра к его фиолетовой границе?

Дано: λ_k=0,76 мкм; $\lambda_ф$=0,38 мкм.

Найти: $N_ф/N_k$.

Решение. Длина волны λ_{max}, на которую приходится максимум энергии излучения черного тела, согласно закону смещения Вина, равна

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \tag{1}$$

где T — термодинамическая температура тела; b - постоянная Вина.

Из формулы (1) определяем температуру, при которой максимум энергии излучения приходится на красную λ_k и фиолетовую $\lambda_ф$ границы видимого спектра:

$$T_k = \frac{b}{\lambda_k}, T_ф = \frac{b}{\lambda_ф}. \quad (2)$$

Мощность излучения равна

$$N = RS, \quad (3)$$

где R — энергетическая светимость тела; S — площадь его поверхности.

В соответствии с законом Стефана — Больцмана

$$R = \sigma T^4, \quad (4)$$

где σ — постоянная Стефана — Больцмана. Для температур T_k и $T_ф$ имеем

$$N_k = \sigma T_k^4 S \text{ и } N_ф = \sigma T_ф^4 S. \quad (5)$$

Из формул (5) находим

$$\frac{N_ф}{N_k} = \left(\frac{T_ф}{T_k}\right)^4, \quad (6)$$

или, учитывая (2), имеем

$$\frac{N_ф}{N_k} = \left(\frac{\lambda_k}{\lambda_ф}\right)^4. \quad (7)$$

Подставляя в (7) числовые значения, получим

$$\frac{N_ф}{N_k} = \left(\frac{0{,}76\ \text{мкм}}{0{,}38\ \text{мкм}}\right)^4 = 16.$$

Ответ: $\frac{N_ф}{N_k} = 16.$

10. Давление света с длиной волны 0,55 мкм нормально падающего на зеркальную поверхность равно 9 мкПа. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности.

Дано: λ=0,55 мкм; р=9 мкПа; ρ = 1.

Найти: *n*.

Решение. Давление света при нормальном падении на поверхность с коэффициентом отражения ρ определяется по формуле

$$p = \frac{I}{c}(1 + \rho) = w(1 + \rho), \quad (1)$$

где I — интенсивность света; c — скорость света в вакууме; *w* — объемная плотность энергии излучения, *w=I/c.*

Объемная плотность энергии *w* равна произведению концентрации фотонов *n* (числа фотонов в единице объема) на энергию одного фотона $\varepsilon = hc/\lambda$, т. е.

$$w = \frac{nhc}{\lambda}, \quad (2)$$

где h — постоянная Планка; λ — длина волны света. Подставляя (2) в (1), получим

$$p = \frac{nhc}{\lambda}(1 + \rho), \quad (3)$$

откуда

$$n = \frac{\lambda p}{hc(1+\rho)}. \quad (4)$$

Проводя вычисления, найдем

$$n = \frac{0{,}55 \cdot 10^{-6}\text{м} \cdot 9 \cdot 10^{-6}\text{м}}{6{,}62 \cdot 10^{-34}\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}(1 + 1)} = 1{,}25 \cdot 10^{13}\text{м}^{-3}.$$

Ответ: $n = 1{,}25 \cdot 10^{13}\text{м}^{-3}$.

11. Красная граница фотоэффекта для никеля равна 0,257 мкм. Найти длину волны света, падающего на никелевый электрод, если фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов, равной 1,5 В.

Дано: λ_k=0,257 мкм; U=1,5 В.

Найти: λ.

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\frac{hc}{\lambda} = A + T_{max}, \qquad (1)$$

где h — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме; λ — длина волны света; A — работа выхода электронов из металла; T_{max} - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Красная граница фотоэффекта определяется из условия равенства энергии фотона $\varepsilon = hc/\lambda_k$ работе выхода электронов *A,* т. е.

$$\frac{hc}{\lambda_k} = A.$$

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов может быть определена через задерживающую разность потенциалов U:

$$T_{max}=eU, \qquad (3)$$

где e — элементарный заряд (заряд электрона).

Подставляя выражение (2) и (3) в (1), получим

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_k} + eU. \qquad (4)$$

Из уравнения (4) найдем длину волны света:

$$\lambda = \left(\frac{1}{\lambda_k} + \frac{eU}{hc}\right)^{-1}.$$

Подставляя в (5) числовые значения, получим

$$\lambda = \left(\frac{1}{0{,}257 \cdot 10^{-6}\text{м}} + \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{Кл} \cdot 1{,}5\text{В}}{6{,}62 \cdot 10^{-34}\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\text{м/с}}\right)^{-1} =$$

$$= 1{,}96 \cdot 10^{-7}\text{м} = 0{,}196\ \text{мкм}.$$

Ответ: λ=0,196 мкм.

12. Гамма-фотон с длиной волны 1,2 пм в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол 60°. Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

Дано: λ_1 = 1,2 пм; θ=60°; λ_c=2,43пм; E_0=0,511 МэВ ==$0{,}818 \cdot 10^{-13}$Дж.

Найти: T.

Решение. Изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии на неподвижном свободном электроне равно

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_c\,(1 - cos\theta)\,, \qquad (1)$$

где λ_1 и λ_2 — длины волн падающего и рассеянного фотона; θ — угол рассеяния фотона; $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = \frac{hc}{E_0}$ - комптоновская длина волны электрона; h — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме; m_0 и E_0 — масса и энергия покоя электрона.

Из уравнения (1) найдем

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \lambda_c \; 1 - cos\theta \; . \qquad (2)$$

Выразим энергию падающего и рассеянного фотона через его длину волны:

$$\varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1}, \varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_1 + \lambda_c(1 - cos\theta)}. \qquad (3)$$

Кинетическая энергия электрона отдачи согласно закону сохранения энергии равна

$$T = \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \qquad (4)$$

Подставляя выражения (3) в (4), найдем

$$T = \; \frac{hc}{\lambda_1} \; \frac{\lambda_c(1 - cos\theta)}{\lambda_1 + \lambda_c(1 - cos\theta)} = E_0 \; \frac{\lambda_c}{\lambda_1} \; \frac{\lambda_c(1 - cos\theta)}{\lambda_1 + \lambda_c(1 - cos\theta)}. \qquad (5)$$

Проводя вычисления, получим

$$\mathrm{T} = 0{,}511 \text{ МэВ} \;\; \frac{2{,}34 \cdot 10^{-12}\text{м}}{1{,}2 \cdot 10^{-12}\text{м}} \;\; \frac{2{,}34 \cdot 10^{-12}\text{м}(1 - cos60^0)}{1{,}2 \cdot 10^{-12}\text{м} + 2{,}43 \cdot 10^{-12}\text{м}(1 - cos60^0)} =$$

$$= 0{,}492\text{МэВ} = 0{,}787 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

Зная кинетическую энергию электрона, найдем его импульс. Поскольку кинетическая энергия электрона сравнима с его энергией покоя, импульс и кинетическая энергия связаны релятивистским соотношением

$$p = \frac{1}{c} \; \sqrt{T(T + 2E_0)}. \qquad (6)$$

Подставляя в (6) числовые данные, получим

$$p = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \times$$

$$\times \; \sqrt{0{,}787 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \;\; 0{,}787 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} + 2 \cdot 0{,}818 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}} \; =$$

$$= 4{,}6 \cdot 10^{-22} \text{кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: T=0,492 МэВ, p=$4{,}6 \cdot 10^{-22}$кг · м/с.

Таблица вариантов

Номер варианта	Контрольная работа № 3 Номера задач							
1	1	11	21	31	41	51	61	71
2	2	12	22	32	42	52	62	72
3	3	13	23	33	43	53	63	73
4	4	14	24	34	44	54	64	74
5	5	15	25	35	45	55	65	75
6	6	16	26	36	46	56	66	76
7	7	17	27	37	47	57	67	77
8	8	18	28	38	48	58	68	78
9	9	19	29	39	49	59	69	79
10	10	20	30	40	50	60	70	80

3.4. Контрольная работа № 3

1. Материальная точка массой 7,1 г совершает гармоническое колебание с амплитудой 2 см и частотой 5 Гц. Чему равна максимальная возвращающая сила и полная энергия колебаний?

2. Амплитуда скорости материальной точки, совершающей гармоническое

колебание, равна 8 см/с, а амплитуда ускорения 16 см/с^2. Найти амплитуду смещения и циклическую частоту колебаний.

3. Под действием груза массой 200 г пружина растягивается на 1,86 см. Грузу сообщили кинетическую энергию 0,02 Дж и он стал совершать гармоническое колебание. Определить частоту и амплитуду колебаний.

4. Период колебаний математического маятника 10 с. Длина этого маятника равна сумме длин двух других математических маятников, один из которых имеет частоту колебаний 1/6 Гц. Чему равен период колебаний второго из этих маятников?

5. Физический маятник представляет собой тонкий стержень, подвешенный за один из его концов. При какой длине стержня период колебаний этого маятника будет равен 1 с?

6. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $U = 10cos10^4t.$ Емкость конденсатора 10 мкФ. Найти индуктивность контура и закон изменения силы тока в нем.

7. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $I = 0{,}1sin10^3t\ A$. Индуктивность контура 0,1 Гн. Найти закон изменения напряжения на конденсаторе и его емкость.

8. В колебательном контуре максимальная сила тока 0,2 А, а максимальное напряжение на обкладках конденсатора 40 В. Найти энергию колебательного контура, если период колебаний 15,7 мкс.

9. Конденсатору емкостью 0,4 мкФ сообщается заряд 10 мкКл, после чего он замыкается на катушку с индуктивностью 1 мГн. Чему равна максимальная сила тока в катушке?

10. Максимальная сила тока в колебательном контуре 0,1 А, а максимальное напряжение на обкладках конденсатора 200 В. Найти циклическую частоту колебаний, если энергия контура 0,2 мДж.

11. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны 0,1 А/м. Определить амплитуду напряженности электрического поля волны и среднюю по времени плотность энергии волны.

12. В однородной и изотропной среде с $\varepsilon = 2$ и $\mu = 1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны 50 В/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и фазовую скорость волны.

13. Уравнение плоской электромагнитной волны, распространяющейся в среде с μ= 1, имеет вид $E = 10\sin(6{,}28 \cdot 10^8t - 4{,}19x)$. Определить диэлектрическую проницаемость среды и длину волны.

14. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны 100 В/м. Какую энергию переносит эта волна через площадку 50 см^2, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны, за время t= 1 мин. Период волны $T \ll t$.

15. В среде ($\varepsilon = 3,\ \mu = 1$) распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны 0,5 А/м. На ее пути перпендикулярно направлению распространения расположена поглощающая по-

верхность, имеющая форму круга радиусом 0,1 м. Чему равна энергия поглощения этой поверхностью за время t=30 с? Период волны $T \ll t$.

16. Уравнение плоской волны, распространяющейся в упругой среде, имеет вид $x = 10^{-8}\sin(6280t - 1{,}256x)$. Определить длину волны, скорость ее распространения и частоту колебаний.

17. Колеблющиеся точки удалены от источника колебаний на расстояние 0,5 и 1,77 м в направлении распространения волны. Разность фаз их колебаний равна $3\pi/4$. Частота колебаний источника 100 $с^{-1}$. Определить длину волны и скорость ее распространения.

18. Чему равна разность фаз колебаний двух точек, если они удалены друг от друга на расстояние 3 м и лежат на прямой, перпендикулярной фронту волны. Скорость распространения волны 600 м/с, а период колебаний 0,02 с.

19. Определить длину звуковой волны в воздухе при температуре 20 °С, если частота колебаний 700 Гц.

20. Найти скорость распространения звука в двухатомном газе, если известно, что плотность этого газа при давлении 10^5 Па равна 1,29 кг/$м^3$.

21. Расстояние между двумя когерентными источниками 0,9 мм, а расстояние от источников до экрана 1,5 м. Источники испускают монохроматический свет с длиной волны 0,6 мкм. Определить число интерференционных полос, приходящихся на 1 см экрана.

22. В опыте Юнга одна из щелей перекрывалась прозрачной пластинкой толщиной 11 мкм, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое десятой светлой полосой. Найти показатель преломления пластины, если длина волны света равна 0,55 мкм.

23. На мыльную пленку падает белый свет под углом 45°. При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в зеленый цвет (λ=0,54 мкм)? Показатель преломления мыльной воды 1,33.

24. На пленку из глицерина толщиной 0,25 мкм падает белый свет. Каким будет казаться цвет пленки в отраженном свете, если угол падения лучей равен 60°?

25. Для устранения отражения света на поверхность стеклянной линзы наносится пленка вещества с показателем преломления 1,3 меньшим, чем у стекла. При какой наименьшей толщине этой пленки отражение света с длиной волны 0,48 мкм не будет наблюдаться, если угол падения лучей 30°?

26. На тонкий стеклянный клин падает нормально свет с длиной волны 0,72 мкм. Расстояние между соседними интерференционными полосами в отраженном свете равно 0,8 мм. Показатель преломления стекла 1,5. Определить угол между поверхностями клина.

27. На тонкий стеклянный клин падает нормально монохроматический свет. Наименьшая толщина клина, с которой видны интерференционные полосы в отраженном свете, равна 0,12 мкм. Расстояние между полосами 0,6 мм. Найти угол между поверхностями клина и длину волны света, если показатель преломления стекла 1,5.

28. Кольца Ньютона образуются между плоским стеклом и линзой с радиусом кривизны 10 м. Монохроматический свет падает нормально. Диаметр третье-

го светлого кольца в отраженном свете равен 8 мм. Найти длину волны падающего света.

29. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. Длина волны света 0,5 мкм. Найти радиус кривизны линзы, если диаметр четвертого темного кольца в отраженном свете равен 8 мм.

30. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Определить показатель преломления жидкости, если диаметр второго светлого кольца в отраженном свете равен 5 мм. Свет с длиной волны 0,615 мкм падает нормально. Радиус кривизны линзы 9 м.

31. Параллельный пучок света от монохроматического источника (λ=0,5 мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром 1 мм. Темным или светлым будет центр дифракционной картины на экране, находящемся на расстоянии 0,5 м от диафрагмы?

32. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии 0,8 м от точечного источника монохроматического света (λ=0,625 мкм). Посередине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком наименьшем диаметре отверстия центр дифракционной картины будет темным?

33. На щель шириной 0,3 мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 0,45 мкм. Найти ширину центрального дифракционного максимума на экране, удаленном от щели на 1 м.

34. На узкую щель нормально падает плоская монохроматическая световая волна (λ=0,7 мкм). Чему равна ширина щели, если первый дифракционный максимум наблюдается под углом, равным 1°?

35. Постоянная дифракционной решетки равна 5 мкм. Определить наибольший порядок спектра, общее число главных максимумов в дифракционной картине и угол дифракции в спектре четвертого порядка при нормальном падении монохроматического света с длиной волны 0,625 мкм.

36. На дифракционную решетку с периодом 6 мкм падает нормально свет. Какие спектральные линии, соответствующие длинам волн, лежащим в пределах видимого спектра, будет совпадать в направлении φ=30°?

37. Чему должна быть равна ширина дифракционной решетки с периодом 10 мкм, чтобы в спектре второго порядка был разрешен дублет λ_1=486,0 нм и λ_2=486,1 нм?

38. Какую разность длин волн оранжевых лучей (λ=0,6 мкм) может разрешить дифракционная решетка шириной 3 см и периодом 9 мкм в спектре третьего порядка?

39. На грань кристалла каменной соли падает узкий пучок рентгеновских лучей с длиной волны 0,095 нм. Чему должен быть равен угол скольжения лучей, чтобы наблюдался дифракционный максимум третьего порядка? Расстояние между атомными плоскостями кристалла равно 0,285 нм.

40. Расстояние между атомными плоскостями кристалла кальцита равно 0,3 нм. Определить, при какой длине волны рентгеновских лучей второй ди-

фракционный максимум будет наблюдаться при отражении лучей под углом 45° к поверхности кристалла.

41. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности воды, были максимально поляризованы?

42. Естественный свет падает на кристалл алмаза под углом полной поляризации. Найти угол преломления света.

43. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Коэффициент отражения света равен 0,085. Найти степень поляризации преломленного луча.

44. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Коэффициент пропускания света равен 0,92. Найти степень поляризации преломленного луча.

45. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Степень поляризации преломленного луча составляет 0,09. Найти коэффициент отражения света.

46. Естественный свет проходит через два поляризатора, угол между главными плоскостями которых равен 30°. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы? Считать, что каждый поляризатор отражает и поглощает 10% падающего на них света.

47. Чему равен угол между главными плоскостями двух поляризаторов, если интенсивность света, прошедшего через них, уменьшилась в 5,3 раза? Считать, что каждый поляризатор отражает и поглощает 13% падающего на них света.

48. Естественный свет проходит через два поляризатора, угол между главными плоскостями которых 30°. Во сколько раз изменится интенсивность света, прошедшего эту систему, если угол между плоскостями поляризаторов увеличить в два раза?

49. Кварцевую пластинку толщиной 3 мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместили между двумя поляризаторами. Определить постоянную вращения кварца для красного света, если его интенсивность после прохождения этой системы максимальна, когда угол между главными плоскостями поляризаторов 45°.

50. Раствор сахара с концентрацией 0,25 г/см^3 толщиной 18 см поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на угол 30°. Другой раствор толщиной 16 см поворачивает плоскость поляризации этого же света на угол 24°. Определить концентрацию сахара во втором растворе.

51. Вычислить групповую и фазовую скорости света с длиной волны 643,8 нм в воде, если известно, что показатель преломления для этой длины волны равен 1,3314, а для волны длиной 656,3 нм он равен 1,3311.

52. Вычислить разницу между фазовой и групповой скоростью для света с длиной волны 0,768 мкм в стекле, если известно, что показатель преломления для этой длины волны равен 1,511, а для волны длиной 0,656 мкм он равен 1,514.

53. Найти отношение групповой скорости к фазовой для света с длиной волны 0,6 мкм в среде с показателем преломления 1,5 и дисперсией $—5\cdot10^4$ м$^{-1}$.

54. Какой кинетической энергией должны обладать протоны, чтобы при их движении в сероуглероде наблюдалось черенковское свечение.

55. Пучок релятивистских электронов движется в глицерине. Будет ли наблюдаться черенковское свечение, если кинетическая энергия электронов равна 0,34 МэВ?

56. В черенковском счетчике, заполненном водой, пучок релятивистских протонов излучает свет в конусе с раствором 70°. Определить кинетическую энергию протонов.

57. В черенковский счетчик из каменной соли влетает пучок релятивистских электронов с кинетической энергией 0,511 МэВ. Определить угол раствора конуса излучения света.

58. Определить толщину слоя вещества, ослабляющего интенсивность монохроматического света в три раза, если толщина слоя половинного ослабления 2 м.

59. Во сколько раз изменится интенсивность монохроматического света при прохождении через два слоя поглотителя толщиной 20 и 10 см имеющие коэффициенты линейного поглощения 0,05 $см^{-1}$ и 0,2 $см^{-1}$ соответственно.

60. Найти коэффициент линейного поглощения, если интенсивность монохроматического света прошедшего через слой вещества толщиной 30 см уменьшилась в четыре раза.

61. Определить длину волны, отвечающую максимуму испускательной способности черного тела при температуре 37 °C и энергетическую светимость тела.

62. Максимум испускательной способности Солнца приходится на длину волны 0,5 мкм. Считая, что Солнце излучает как черное тело, определить температуру его поверхности и мощность излучения.

63. Считая, что Солнце излучает как черное тело, определить интенсивность солнечного излучения вблизи Земли. Температуру поверхности Солнца принять равной 5780 К.

64. Считая, что Солнце излучает как черное тело, вычислить насколько уменьшается масса Солнца за год вследствие излучения и сколько это составляет процентов. Температуру поверхности Солнца принять равной 5780 К.

65. Вычислить температуру поверхности Земли, считая ее постоянной, в предположении, что Земля как черное тело излучает столько энергии, сколько получает от Солнца. Интенсивность солнечного излучения вблизи Земли принять равной 1,37 $кВт/м^2$.

66. Определить давление солнечных лучей нормально падающих на зеркальную поверхность. Интенсивность солнечного излучения принять равной 1,37 $кВт/м^2$.

67. Плотность потока энергии в импульсе излучения лазера может достигать значения 10^{20} $Вт/м^2$. Определить давление такого излучения нормально падающего на черную поверхность.

68. Свет с длиной волны 0,5 мкм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление 4 мкПа. Определить число фотонов, ежесекундно падающих на 1 $см^2$ этой поверхности.

69. Давление света с длиной волны 0,6 мкм, падающего нормально на черную поверхность, равно 1 мкПа. Определить число фотонов, падающих за секунду на 1 $см^2$ этой поверхности.

70. Давление света, нормально падающего на поверхность, равно 2 мкПа. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности, если длина волны света равна 0,45 мкм, а коэффициент отражения 0,5.

71. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вылетающих из вольфрамового электрода, освещаемого ультрафиолетовым светом с длиной волны 0,2 мкм.

72. Катод вакуумного фотоэлемента освещается светом с длиной волны 0,38 мкм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов равной 1,4 В. Найти работу выхода электронов из катода.

73. Цинковый электрод освещается монохроматическим светом. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов 0,4 В. Вычислить длину волны света, применявшегося при освещении.

74. Красной границе фотоэффекта соответствует длина волны 0,332 мкм. Найти длину монохроматической световой волны, падающей на электрод, если фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов, равной 0,4 В.

75. Найти величину задерживающей разности потенциалов для фотоэлектронов, испускаемых при освещении цезиевого электрода ультрафиолетовыми лучами с длиной волны 0,3 мкм.

76. В результате комптоновского рассеяния на свободном электроне длина волны гамма-фотона увеличилась в два раза. Найти кинетическую энергию и импульс электрона отдачи, если угол рассеяния фотона равен 60°. До столкновения электрон покоился.

77. В результате комптоновского рассеяния на свободном электроне энергия гамма-фотона уменьшилась в три раза. Угол рассеяния фотона равен 60°. Найти кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

78. Гамма-фотон с энергией 1,02 МэВ в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол 90°. Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

79. Гамма-фотон с длиной волны 2,43 пм испытал комптоновское рассеяние на свободном электроне строго назад. Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

80. Первоначально покоившийся свободный электрон в результате комптоновского рассеяния на нем гамма-фотона с энергией 0,51 МэВ приобрел кинетическую энергию 0,06 МэВ. Чему равен угол рассеяния фотона?

ГЛАВА IV. ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

4.1. Экзаменационные вопросы

1. Ядерные модели. Линейный спектр атома водорода.

2. Постулаты Бора. Модель атома по Бору.

3. Принцип Паули. Основные свойства и строение ядра.

4. Волновые свойства частиц

5. Ядерные силы. Энергия связи ядра.

6. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада. α-, β-распад и γ-излучение.

7. Ядерные реакции. Ядерные реакции деления и синтеза.

4.2. Основные формулы

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где h – постоянная Планка,
p – импульс частицы.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

для координаты и импульса

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi},$$

где Δx - неопределенность координаты частицы,
Δp_x - неопределенность проекции импульса частицы на соответствующую координатную ось;

для энергии и времени

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi},$$

где ΔE - неопределенность энергии частицы в некотором состоянии,
Δt - время нахождения частицы в этом состоянии.

Плотность вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства

$$w = |\psi|^2,$$

где ψ - волновая функция частицы.

Волновая функция, описывающая состояние частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} sin \frac{n\pi x}{l},$$

где l – ширина ямы,
x – координата частицы в яме ($0<x<l$),
n – квантовое число (n=1,2,3,…)

Энергия частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме

$$E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2,$$

где m – масса частицы.

Сериальные формулы спектра водородоподобных атомов

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \quad \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \ ,$$

где λ – длина волны спектральной линии,
R – постоянная Ридберга,
Z – порядковый номер элемента, $n=1,2,3,\ldots$, $k=n+1$, $n+2$, … .

Спектральные линии характеристического рентгеновского излучения

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-a)^2 \quad \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \ ,$$

где a – постоянная экранирования.

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_П - m_я = = Zm_Н + (A - Z)m_П - m_a,$$

где m_p - масса протона,

m_n – масса нейтрона,

m_H – масса атома ${}_1^1H$,

$m_А$ и $m_Я$ - масса атома и его ядра ${}_Z^AX$,

Z и A – зарядовое и массовое числа.

Энергия связи ядра

$$E_{св} = c^2\Delta m,$$

где c – скорость света в вакууме.

Удельная энергия связи

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}.$$

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \exp(-\lambda t),$$

где N_0 – начальное число радиоактивных ядер в момент времени $t=0$,

N – число нераспавшихся радиоактивнвх ядер в момент времени t,

λ – постоянная радиоактивного распада.

Активность радиоактивного вещества

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N.$$

Закон поглощения гамма-излучения веществом

$$I = I_0 \exp(-\mu x),$$

где I_0 – интенсивность гамма-излучения на входе в поглощающий слой вещества,

I – интенсивность гамма-излучения после прохождения поглощающего слоя вещества толщиной x,

μ - линейный коэффициент поглощения.

Энергия ядерной реакции

$$Q = c^2(m_1 + m_2 - \sum m_i'),$$

где m_1 и m_2 – массы покоя частиц, вступающих в реакцию,

$\sum m_i'$ - сумма масс покоя частиц, образовавшихся в результате реакции.

Пороговая кинетическая энергия налетающей частицы, вызывающей ядерную реакцию

$$T_П = \frac{(\sum m_i')^2 - (m_1 + m_2)^2}{2m_2}c^2,$$

где m_1 – масса покоя налетающей частицы,

m_2 – масса покоящейся частицы.

4.4. Примеры решения задач

1. Кинетическая энергия протона в четыре раза меньше его энергии покоя. Вычислить дебройлевскую длину волны протона.

Дано: $T=E_0/4$, $E_0 = 1{,}50 \cdot 10^{-10}$ Дж.

Найти: λ.

Решение. Длина волны де Бройля λ определяется по формуле

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

где h — постоянная Планка, p — импульс частицы.

Так как по условию задачи

$$T = E_0/4, \tag{2}$$

кинетическая энергия T протона сравнима с его энергией покоя E_0, импульс p и кинетическая энергия связаны релятивистским соотношением

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T + 2E_0)}, \tag{3}$$

где c — скорость света в вакууме. Подставляя в (3) условие (2), найдем

$$p = \frac{3}{4}\frac{E_0}{c}. \tag{4}$$

Учитывая равенство (4), запишем (1) в виде

$$\lambda = \frac{4}{3}\frac{hc}{E_0}. \tag{5}$$

Подставляя в (5) числовые значения, получим

$$\lambda = \frac{4 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\text{м/с}}{3 \cdot 1{,}50 \cdot 10^{-10}\text{Дж}} = 1{,}77 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda = 1{,}77 \cdot 10^{-15}$ м.

2. Масса движущегося электрона в три раза больше его массы покоя. Чему равна минимальная неопределенность координаты электрона?

Дано: $m = 3m_0$; $m_0 = 0{,}91 \cdot 10^{-30}$ кг.

Найти: Δx_{min}.

Решение. Согласно соотношению неопределенности Гейзенберга,

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi}, \tag{1}$$

где Δx и Δp_x — неопределенности координаты и импульса частицы, h — постоянная Планка.

Учитывая, что

$$p = mv, \tag{2}$$

где m — масса, v — скорость частицы, соотношение (1) можно представить в виде

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi m \Delta v_x}. \tag{3}$$

Поскольку неопределенность скорости Δv_x, как и сама скорость, не может превышать скорость света c в вакууме, то

$$\Delta x_{min} = \frac{h}{2\pi mc}. \tag{4}$$

Согласно условию

$$m = 3m_0. \tag{5}$$

Подставляя в (4) условие (5), получим

$$\Delta x_{min} = \frac{h}{6\pi m_0 c}. \tag{6}$$

Проводя вычисления, найдем

$$\Delta x_{min} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\text{Дж} \cdot \text{с}}{6 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}91 \cdot 10^{-30}\text{кг} \cdot 3 \cdot 10^{8}\text{м/с}} = 1{,}28 \cdot 10^{-13} \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta x_{min} = 1{,}28 \cdot 10^{-13}$ м.

3. Среднее время жизни возбужденных состояний атома составляет 10 нс. Вычислить естественную ширину спектральной линии (λ=0,7 мкм), соответствующую переходу между возбужденными уровнями атома.

Дано: $\tau = 10^{-8}$с, $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ м.

Найти: $\Delta\lambda_{min}$.

Решение. При переходе электрона из одного стационарного состояния в другое излучается (или поглощается) энергия, равная

$$\frac{hc}{\lambda} = E_n - E_k, \qquad (1)$$

где E_n и E_k — энергетические уровни атома, λ — длина волны излучения, c — скорость света в вакууме, h — постоянная Планка.

Из (1) следует, что неопределенность длины волны $\Delta\lambda$ излучения связана с неопределенностью энергии уровней ΔE_n и ΔE_k атома соотношением

$$\frac{hc}{\lambda^2}\Delta\lambda = \Delta E_n + \Delta E_k. \qquad (2)$$

Согласно соотношению неопределенности Гейзенберга,

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}, \qquad (3)$$

где Δt — неопределенность момента времени перехода атома из одного стационарного состояния в другое.

Поскольку Δt не превышает среднее время жизни возбужденного состояния атома, минимальная неопределенность энергии возбужденных уровней, согласно (3), равна

$$\Delta E_{min} = \frac{h}{2\pi\tau}. \qquad (4)$$

Из (2) с учетом (4) найдем минимальную неопределенность длины волны излучения, которая называется *естественной шириной спектральной линии*

$$\Delta\lambda_{min} = \frac{\lambda^2}{2\pi c}\ \frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_к}\ . \qquad (5)$$

Если одно из состояний, между которыми совершается переход, является основным, то

$$\Delta\lambda_{min} = \frac{\lambda^2}{2\pi c\tau_n}, \qquad (6)$$

поскольку для основного состояния $\tau = \infty$. Для возбужденных состояний с одинаковым временем жизни $\tau_n = \tau_к = \tau$ имеем

$$\Delta\lambda_{min} = \frac{\lambda^2}{\pi c\tau}.$$

Подставляя в (7) числовые значения, получим

$$\Delta\lambda_{min} = \frac{(7 \cdot 10^{-7}\text{м})^2}{3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8\text{м/с} \cdot 10^{-8}\text{с}} = 5{,}2 \cdot 10^{-14}\ \text{м}.$$

Ответ: $\Delta\lambda_{min} = 5{,}2 \cdot 10^{-14}$ м.

4. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной *l* на втором энергетическом уровне. В каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы совпадает с классической плотностью вероятности.

Дано: l, $w_n = w_\infty, n = 2$..

Найти: x.

Решение. Волновая функция ψ, описывающая состояние частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной *l*, имеет вид

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}}\, sin\frac{n\pi x}{l}, \qquad (1)$$

где n — номер энергетического уровня (n= 1, 2, 3, ...), x — координата частицы в яме $0 \le x \le l$.

Согласно физическому смыслу волновой функции,

$$|\psi|^2 = w, \qquad (2)$$

где w — плотность вероятности обнаружения частицы в точке с координатой x.

Если частица находится на втором энергетическом уровне (n=2), то

$$w_2 = \frac{2}{l} sin^2 \frac{2\pi x}{l} . \qquad (3)$$

В соответствии с принципом соответствия Бора, выражение для классической плотности вероятности получается при $n \to \infty$

$$w_\infty = \frac{1}{l}. \qquad (4)$$

Приравнивая по условию задачи выражение (3) к (4), получим

$$sin^2 \frac{2\pi x}{l} = \frac{1}{2}. \qquad (5)$$

Решая уравнение (5), найдем

$$x = k \pm \frac{1}{4} \frac{l}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

В пределах ямы $0 \le x \le l$ таких точек четыре:

$$x = \frac{l}{8}, \frac{3l}{8}, \frac{5l}{8}, \frac{7l}{8}, .$$

Ответ: $x = \frac{l}{8}, \frac{3l}{8}, \frac{5l}{8}, \frac{7l}{8}, .$

5. Длина волны линии L_α вольфрама равна 0,148 нм. Найти постоянную экранирования.

Дано: $\lambda = 1{,}48 \cdot 10^{-10}$м..

Найти: a.

Решение. В соответствии с законом Мозли

$$\frac{1}{\lambda} = R\ Z - a\ ^2\ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{к^2}\ , \qquad (1)$$

где R — постоянная Ридберга; Z — порядковый номер элемента (для вольфрама Z= 74); a — постоянная экранирования; n — номер энергетического уровня, на который переходит электрон (для L-серии n=2), $к$ — номер энергетического уровня, с которого переходит электрон (для $L\alpha$-линии $к$=3*)*.

Из (1) находим

$$a = Z - \lambda R\ \frac{1}{\text{п}^2} - \frac{1}{к^2}\ ^{-1/2}. \qquad (2)$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$a = 74 - [1{,}48 \cdot 10^{-10}\text{м} \cdot 1{,}097 \cdot 10^7\text{м}^{-1}(\frac{1}{4} - \frac{1}{9})]^{-1/2} = 7{,}4.$$

Ответ: a = 7,4.

6. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $^{16}_{8}O$.

Решение. Дефект массы Δm ядра определяется по формуле

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m_я, \qquad (1)$$

где Z — зарядовое число, A — массовое число, m_p — масса протона, m_n — масса нейтрона, $m_я$ — масса ядра. Формулу (1) можно также записать в виде

$$\Delta m = Zm_{1H}^{1} + (A - Z)m_n - m_a, \quad (2)$$

где m_{1H}^{1} — масса атома ${}_{1}^{1}H$, m_a — масса атома, дефект массы ядра которого определяется.

Из справочных таблиц находим:

m_{1H}^{1} = 1,00783 а. е. м.; m_n= 1,00867 а.е.м.; $m_{{}_{8}^{16}O}$ = 15,99492 а.е.м.

Подставляя в (2) числовые данные (для ${}_{8}^{16}O$ числа Z= 8 и A = 16), получим

$$\Delta m = 0{,}13708 \text{ а. е. м.}$$

Энергия связи ядра $E_{св}$ определяется по формуле

$$E_{св} = c^2 \Delta m, \quad (3)$$

где c — скорость света в вакууме.

Если дефект массы Δm выражать в а. е. м., а энергию связи $E_{св}$ — в МэВ, то формула (3) принимает вид

$$E_{св} = 931 \Delta m. \quad (4)$$

Подставляя в (4) числовые значения, получим

$$E_{св} = \frac{931 \text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} \cdot 0{,}13708 \text{ а. е. м.} = 128 \text{ МэВ}.$$

Удельная энергия связи $\varepsilon_{св}$ вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}. \quad (5)$$

Проводя вычисления, получим

$$\varepsilon_{св} = \frac{128 \text{МэВ}}{16} = 8 \text{ МэВ}.$$

Ответ: Δm=0,13708 а. е. м., $E_{св} = 128$ МэВ, $\varepsilon_{св} = 8$ МэВ.

7. Сколько атомов распадается в 1г трития ${}_{1}^{3}H$ за среднее время жизни этого изотопа.

Дано: m=10^{-3} кг; t=τ.

Найти: ΔN.

Решение. Согласно закону радиоактивного распада,

$$N = N_0 \exp(-\lambda t), \quad (1)$$

где N — число нераспавшихся атомов в момент времени t, N_0 — начальное число радиоактивных атомов в момент t=0, λ — постоянная радиоактивного распада.

Среднее время жизни τ радиоактивного изотопа — величина, обратная постоянной распада,

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (2)$$

По условию t=τ. Подставляя в (1) вместо t значение τ из (2), получим

$$N = \frac{N_0}{e}. \quad (3)$$

Число атомов, распавшихся за время t=τ, равно

$$N' = N_0 - N = N_0 \left(1 - \frac{1}{e}\right). \quad (4)$$

Найдем число атомов N_0, содержащихся в массе m=1 г изотопа ${}_{1}^{3}H$:

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A, \quad (5)$$

где $M = 3 \cdot 10^{-3}$ кг/моль — молярная масса изотопа ${}^3_1H$, N_A— число Авогадро.

Учитывая (5), запишем выражение (4) в виде

$$N' = \frac{m}{M} N_A \;\; 1 - \frac{1}{e} \;. \qquad (6)$$

Подставляя в (6) числовые значения, получим

$$N' = \frac{10^{-3}\text{кг} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\text{моль}^{-1}}{3 \cdot \dfrac{10^{-3}\text{кг}}{\text{моль}}} \;\; 1 - \frac{1}{2{,}72} \;\; = 1{,}27 \cdot 10^{23}.$$

Ответ: $N' = 1{,}27 \cdot 10^{23}$.

8. На поверхность воды падает гамма-излучение с длиной волны 0,414 пм. На какой глубине интенсивность излучения уменьшится в два раза?

Дано: $\lambda = 4{,}14 \cdot 10^{-13}$м, $\frac{I_0}{I} = 2$.

Найти: x.

Решение. Согласно закону поглощения гамма-излучения веществом

$$I = I_0 \exp \;\; -\mu x \;\; , \qquad (1)$$

где I_0 — интенсивность падающего излучения, I — интенсивность излучения на глубине x, μ — коэффициент линейного поглощения.

Решая уравнение (1) относительно x, найдем

$$x = \frac{1}{\mu} ln \frac{I_0}{I}. \qquad (2)$$

Для определения коэффициента линейного ослабления вычислим энергию ε гамма-фотонов:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (3)$$

где λ — длина волны излучения, h — постоянная Планка, c — скорость света в вакууме.

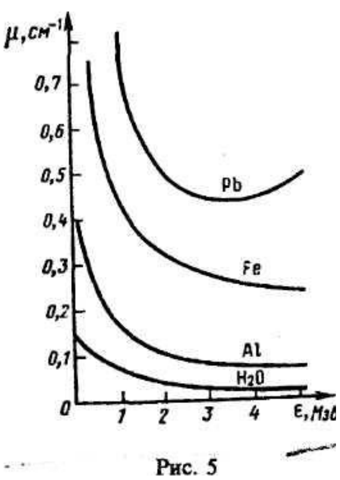


Рис. 5

Подставляя в (3) числовые значения, получим

$$\varepsilon = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\text{м/с}}{4{,}14 \cdot 10^{-13}\text{м}} = 4{,}8 \cdot 10^{-13}\text{Дж} = 3 \text{ МэВ}.$$

По графику зависимости μ от ε (рис. 5) находим

$$\mu = 0{,}04 \text{ см}^{-1}.$$

Подставляя числовые значения в выражение (2), получим

$$x = \frac{ln2}{0{,}04 \text{ см}^{-1}} = \frac{0{,}693}{0{,}04} \text{см} = 17{,}3 \text{ см}.$$

Ответ: $x = 17{,}3$ см.

9. Вычислить энергию ядерной реакции

$${}^4_2He + {}^4_2He \rightarrow p + {}^7_3Li.$$

Выделяется или поглощается энергия при этой реакции?

Решение. Энергия ядерной реакции определяется по формуле

$$Q = c^2 \;\; m_1 + m_2 - \quad m_i' \;\; , \qquad (1)$$

где m_1 и m_2 — массы частиц, вступающих в реакцию; m_i'— сумма масс частиц, образовавшихся в результате реакции.

Если массу частиц выражать в а. е. м., а энергию реакции в МэВ, то формула (1) принимает вид

$$Q = \quad m_1 + m_2 - \quad m_i' \ 931. \qquad (2)$$

При вычислении энергии ядерной реакции можно использовать вместо масс их ядер массы атомов. Из справочных данных находим:

$m_{^4_2He}$ =4,00260 а.е.м.; $m_{^1_1H}$ = 1,00783 а.е.м.; $m_{^7_3Li}$=7,01601 а.е.м. Дефект массы реакции равен

$(2m_{^4_2He} - m_{^1_1H} - m_{^7_3Li})$= -0,01864 а.е.м.

Подставляя значение дефекта массы реакции в (2), получим

Q = 931 МэВ/а.е.м. (-0,01864 а.е.м.)= -17,3 МэВ.

Поскольку $Q<0$, энергия в результате реакции поглощается.

Ответ: Q= -17,3 МэВ

Таблица вариантов

Номер варианта	Контрольная работа № 4 Номера задач					
1	1	11	21	31	41	51
2	2	12	22	32	42	52
3	3	13	23	33	43	53
4	4	14	24	34	44	54
5	5	15	25	35	45	55
6	6	16	26	36	46	56
7	7	17	27	37	47	57
8	8	18	28	38	48	58
9	9	19	29	39	49	59
10	10	20	30	40	50	60

4.4. Контрольная работа №4

1. Какой кинетической энергией должен обладать электрон, чтобы дебройлевская длина волны была равна его комптоновской длине волны?

2. Чему должна быть равна кинетическая энергия протона, чтобы дебройлевская длина волны совпадала с его комптоновской длиной волны?

3. При каком значении скорости дебройлевская длина волны частицы равна ее комптоновской длине волны?

4. Кинетическая энергия протона в три раза меньше его энергии покоя. Чему равна дебройлевская длина волны протона?

5. Масса движущегося электрона в три раза больше его массы покоя. Вычислить дебройлевскую длину волны электрона.

6. Чему равна дебройлевская длина волны протона, движущегося со скоростью 0,6с (*с* — скорость света в вакууме)?

7. Вычислить дебройлевскую длину волны электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 511 кВ.

8. Чему равна дебройлевская длина волны теплового нейтрона, обладающего энергией, равной средней энергии теплового движения при температуре 300 К.

9. Средняя кинетическая энергия электрона в невозбужденном атоме водорода

равна 13,6 эВ. Вычислить дебройлевскую длину волны электрона.

10. Кинетическая энергия нейтрона равна его энергии покоя. Определить дебройлевскую длину волны нейтрона.

11. Среднее расстояние электрона от ядра в невозбужденном атоме водорода равно 52,9 пм. Вычислить минимальную неопределенность скорости электрона в атоме.

12. Используя соотношение неопределенностей, показать, что в ядре не могут находиться электроны. Линейные размеры ядра принять равными $5{,}8 \cdot 10^{-15}$ м.

13. Чему равна минимальная неопределенность координаты покоящегося электрона?

14. Вычислить минимальную неопределенность координаты покоящегося протона?

15. Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Чему равна при этом минимальная неопределенность координаты протона?

16. Масса движущегося электрона в два раза больше его массы покоя. Вычислить минимальную неопределенность координаты электрона.

17. Чему равна минимальная неопределенность координаты фотона, соответствующего видимому излучению с длиной волны 0,55 мкм.

18. Среднее время жизни эта-мезона составляет $2{,}4 \cdot 10^{-19}$с, а его энергия покоя равна 549 МэВ. Вычислить минимальную неопределенность массы частицы.

19. Среднее время жизни возбужденного состояния атома равно 12 нс. Вычислить минимальную неопределенность длины волны λ=0,12 мкм излучения при переходе атома в основное состояние.

20. Естественная ширина спектральной линии λ=0,55 мкм, соответствующей переходу атома в основное состояние, равна 0,01 пм. Определить среднее время жизни возбужденного состояния.

21. Альфа-частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Чему равна ширина ямы, если минимальная энергия частицы составляет 6 МэВ.

22. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной 0,1 нм. Вычислить длину волны излучения при переходе электрона со второго на первый энергетический уровень.

23. Протон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной 0,01 пм. Вычислить длину волны излучения при переходе протона с третьего на второй энергетический уровень.

24. Атом водорода находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной 0,1 м. Вычислить разность энергий соседних уровней, соответствующих средней энергии теплового движения атома при температуре 300 К.

25. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l в основном состоянии. В каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы совпадает с классической плотностью вероятности.

26. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l в основном состоянии. Чему равно отношение плотности вероятности обнаружения частицы в центре ямы к классической плотности вероятности.

27. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l в первом возбужденном состоянии. В каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы максимальна, а в каких — минимальна.

28. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l на втором энергетическом уровне. Определить вероятность обнаружения частицы в пределах от 0 до $l/3$.

29. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l в основном состоянии. Найти отношение вероятностей нахождения частицы в пределах от 0 до $l/3$ и от $l/3$ до $2l/3$.

30. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l. Вычислить отношение вероятностей нахождения частицы в пределах от 0 до $l/4$ для первого и второго энергетических уровней.

31. Сколько линий спектра атома водорода попадает в видимую область (λ=0,40—0,76 мкм)? Вычислить длины волн этих линий. Каким цветам они соответствуют?

32. Спектральные линии каких длин волн возникнут, если атом водорода перевести в состояние 3S?

33. Чему равен боровский радиус однократно ионизированного атома гелия?

34. Найти потенциал ионизации двукратно ионизированного атома лития?

35. Вычислить постоянную Ридберга и боровский радиус для мезоатома — атома, состоящего из протона (ядра атома водорода) и мюона (частицы, имеющей такой же заряд, как у электрона, и массу, равную 207 массам электрона).

36. Найти коротковолновую границу тормозного рентгеновского спектра, если на рентгеновскую трубку подано напряжение 60 кВ.

37. Вычислить наибольшую и наименьшую длины волн К-серии характеристического рентгеновского излучения от платинового антикатода.

38. Какую наименьшую разность потенциалов нужно приложить к рентгеновской трубке с вольфрамовым антикатодом, чтобы в спектре характеристического рентгеновского излучения были все линии К-серии?

39. При переходе электрона в атоме меди с М-слоя на L-слой испускаются лучи с длиной волны 1,2 нм. Вычислить постоянную экранирования в формуле Мозли.

40. Длина волны K_a-линии характеристического рентгеновского излучения равна 0,194 нм. Из какого материала сделан антикатод?

41. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи дейтерия.

42. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи альфа-частицы.

43. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $^{11}_{5}B$.

44. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $^{48}_{20}Ca$.

45. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $^{238}_{92}U$.

46. Вследствие радиоактивного распада $^{238}_{92}U$ превращается в $^{286}_{82}Pb$. Сколь-

ко альфа- и бета-превращений он при этом испытывает?

47. За какое время распадается 87,5% атомов $^{45}_{20}Ca$?

48. Какая доля первоначального количества радиоактивного изотопа распадается за время жизни этого изотопа?

49. Сколько атомов $^{222}_{86}Rn$ распадается за сутки в 1 г этого изотопа?

50.Найти период полураспада радиоактивного препарата, если за сутки его активность уменьшается в три раза.

51. Вычислить толщину слоя половинного поглощения свинца для гамма-лучей, длина волны которых равна 0,775 нм.

52. Чему равна энергия гамма-фотонов, если при прохождении через слой железа толщиной 3 см интенсивность излучения ослабляется в три раза.

53. Во сколько раз изменится интенсивность излучения гамма-фотонов с энергией 2 МэВ при прохождении экрана, состоящего из двух плит: свинцовой толщиной 2 см и алюминиевой, толщиной 5 см?

54. Рассчитать толщину защитного свинцового слоя, который ослабляет интенсивность излучения гамма-фотонов с энергией 2 МэВ в 5 раз.

55. Определить пороговую энергию образования электронно-позитронной пары в кулоновском поле электрона, которая происходит по схеме

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^+ + e^-.$$

56. Определить максимальную кинетическую энергию электрона, испускаемого при распаде нейтрона. Написать схему распада.

57.Вычислить энергию ядерной реакции $n + {}^{10}_{5}B \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He$.

58. Вычислить энергию ядерной реакции р+$^{11}_{5}B \rightarrow 3\,{}^{4}_{2}He$.

59. Вычислить энергию ядерной реакции ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H = {}^{4}_{2}He + n$.

60. Вычислить энергию ядерной реакции ${}^{4}_{2}He + {}^{14}_{7}N = {}^{17}_{8}O + p$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1. Основные физические постоянные (округлённые значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	γ	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(êã· ñ^2)
Число Авогадро	$N_А$	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(ìîëü · Ê)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная закона Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(ì^2· Ê^4)
Постоянная закона смещения Вина	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$ ì · Ê
Постоянная Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Äæ· ñ
Постоянная Планка, делённая на 2π	$\hbar$	$1{,}05\cdot10^{-34}$ Äæ· ñ
Постоянная Ридберга (для атома водорода ^1_1H)	R	$1{,}097\cdot10^{7}$ м$^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты	a_0	$0{,}529\cdot10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Магнетон Бора	μ_B	$0{,}927\cdot10^{-23}$ À· ì^2
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2{,}18\cdot10^{-18}$ Дж (13,6 эВ)
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}660\cdot10^{-27}$ кг
Коэффициент пропорциональности между энергией и массой	c^2	$9{,}00\cdot10^{16}$ Дж/кг (931 МэВ/а.е.м.)

Таблица 2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$ м

Таблица 3. Плотность твёрдых тел

Твёрдое тело	Плотность, кг/м^3	Твёрдое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}70 \cdot 10^3$	Медь	$8{,}93 \cdot 10^3$
Барий	$3{,}50 \cdot 10^3$	Никель	$8{,}90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6{,}02 \cdot 10^3$	Свинец	$11{,}3 \cdot 10^3$
Висмут	$9{,}80 \cdot 10^3$	Серебро	$10{,}5 \cdot 10^3$
Железо	$7{,}88 \cdot 10^3$	Цезий	$1{,}90 \cdot 10^3$
Литий	$0{,}53 \cdot 10^3$	Цинк	$7{,}15 \cdot 10^3$

Таблица 4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4 °С)	$1{,}00 \cdot 10^3$	Спирт	$0{,}80 \cdot 10^3$
Глицерин	$1{,}26 \cdot 10^3$	Сероугдерод	$1{,}26 \cdot 10^3$
Ртуть	$13{,}6 \cdot 10^3$		

Таблица 5. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Таблица 6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная вода	40	Спирт	22

Таблица 7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2{,}3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2{,}7 \cdot 10^{-10}$

Таблица 8. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Парафин	2,0	Вода	81
Стекло	7,0	Масло трансформаторное	2,2

Таблица 9. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9{,}8\cdot10^{-8}$	Медь	$1{,}72\cdot10^{-8}$
Нихром	$1{,}1\cdot10^{-8}$	Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$

Таблица 10. Энергия ионизации

Вещество	E_i, Дж	E_1, эВ
Водород	$2{,}8\cdot10^{-18}$	13,6
Гелий	$3{,}94\cdot10^{-18}$	24,6
Ртуть	$1{,}66\cdot10^{-18}$	10,4
Литий	$1{,}21\cdot10^{-17}$	75,6

Таблица 11. Подвижность ионов в газах, $м^2/(В\cdot с)$

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1{,}27\cdot10^{-4}$	$1{,}81\cdot10^{-4}$
Водород	$5{,}4\cdot10^{-4}$	$7{,}4\cdot10^{-4}$
Воздух	$1{,}4\cdot10^{-4}$	$1{,}9\cdot10^{-4}$

Таблица 12.Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Вода	1,33	Стекло	1,5
Глицерин	1,47	Алмаз	2,42

Таблица 13. Работа выхода электронов

Металл	Дж	эВ
Калий	$3{,}5\cdot10^{-19}$	2,2
Литий	$3{,}7\cdot10^{-19}$	2,3
Платина	$10\cdot10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3{,}4\cdot10^{-19}$	2,1
Серебро	$7{,}5\cdot10^{-19}$	4,7
Цезий	$3{,}2\cdot10^{-19}$	2,0
Цинк	$6{,}4\cdot10^{-19}$	4,0

Таблица 14. Относительные атомные массы (атомные веса) *A* и порядковые номера некоторых элементов

Элемент	Символ	A	Z	Элемент	Символ	A	Z
Азот	N	14	7	Медь	Cu	64	29
Алюминий	Al	27	13	Молибден	Mo	96	42
Аргон	Ar	40	18	Натрий	Na	23	11
Водород	H	1	1	Неон	Ne	20	10
Вольфрам	W	184	74	Никель	Ni	59	28
Гелий	He	4	2	Олово	Sn	119	50
Железо	Fe	56	26	Платина	Pt	195	78
Золото	Au	197	79	Ртуть	Hg	201	80
Калий	K	39	19	Сера	S	32	16
Кальций	Ca	40	20	Серебро	Ag	108	47
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Углерод	C	12	6
Марганец	Mn	55	25	Хлор	Cl	35	17

Таблица 15. Масса атомов лёгких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Бор	${}^{10}_{5}\mathrm{B}$	10,01294
Водород	${}^{1}_{1}\mathrm{H}$	1,00783		${}^{11}_{5}\mathrm{B}$	11,00930
	${}^{2}_{1}\mathrm{H}$	2,01410	Углерод	${}^{14}_{6}\mathrm{C}$	12,00000
	${}^{3}_{1}\mathrm{H}$	3,01605		${}^{13}_{6}\mathrm{C}$	13,00335
Гелий	${}^{3}_{2}\mathrm{He}$	3,01603		${}^{14}_{6}\mathrm{C}$	14,00324
Литий	${}^{6}_{3}\mathrm{Li}$	6,01513	Азот	${}^{14}_{7}\mathrm{N}$	14,00307
	${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$	7,01601	Кислород	${}^{16}_{8}\mathrm{O}$	15,99491
Бериллий	${}^{7}_{4}\mathrm{Be}$	7,01693		${}^{17}_{8}\mathrm{O}$	16,99913
	${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$	9,01219			

Бахмат Владимир Ильич

ФИЗИКА

Методическое пособие и контрольные задания
для студентов-заочников строительных специальностей

Редактор Е.Ф. Изотова

Подписано в печать 15.04.13. Формат 60-84 1/16.
Усл. печ. л. 4,88. Тираж экз. Заказ . Рег. № .

Отпечатано в РИО Рубцовского индустриального института
658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/6.